

VĚDECKÝ ČASOPIS⁶

ZEMĚDĚLSKÁ TECHNIKA

9

ROČNÍK 12 (XXXIX)
PRAHA,
ZÁŘÍ 1966
CENA 10 Kčs

ÚSTAV
VĚDECKOTECHNICKÝCH
INFORMACÍ MZLH

Rídí redakční rada

Jan Květoň (předseda), ing. Karel Bernhard, ing. Josef Dovrtěl, ing. Stanislav Haš, ing. Jaroslav Homolka, ing. Karel Joza, doc. Karel Koskuba, CSc., ing. Ján Kuchár, ing. Vladimír Píša, ing. Vladimír Suchý, prof. ing. Zdeněk Štefl, doc. ing. Miroslav Thér, CSc., prof. ing. Ján Tomovčík, CSc., ing. Alois Vávra

Vedoucí redaktor Čeněk Rendl

© Ústav vědeckotechnických informací MZLH, Praha 1966

■
Vědecký časopis **ZEMĚDELSKÁ TECHNIKA** uveřejňuje studie, rozborů a vědecká pojednání o vyřešených úkolech výzkumu v oboru zemědělské techniky. Vydává Ústav vědeckotechnických informací ministerstva zemědělství a lesního hospodářství. Vychází měsíčně. Redakce: Praha 2, Slezská 7, telefon 257541-9. Celoroční předplatné Kčs 120,—

■
Научный журнал **ZEMĚDELSKÁ TECHNIKA** публикует обзоры, анализы и научные статьи о разрешенных заданиях по научному исследованию в области сельскохозяйственной техники. Издает Институт научно-технической информации Министерства сельского и лесного хозяйства. Выход в свет ежемесячно. Редакция Прага 2, Слезска 7.

■
The scientific journal **ZEMĚDELSKÁ TECHNIKA** publishes studies, analyses and scientific treatises about the solved research tasks in the line of the agricultural mechanization. Published by the Institute of Scientific and Technical Information of the Ministry of Agriculture and Forestry Management. Issued monthly. Editorial office Prague 2, Slezská 7.

■
Die wissenschaftliche Zeitschrift **ZEMĚDELSKÁ TECHNIKA** veröffentlicht Studien, Analysen und wissenschaftliche Abhandlungen über die gelösten Forschungsaufgaben auf dem Gebiete der Landtechnik. Herausgegeben vom Institut für wissenschaftlich-technische Informationen des Ministeriums für Land- und Forstwirtschaft. Erscheint monatlich. Redaktion Prag 2, Slezská 7.

■
Le journal scientifique **ZEMĚDELSKÁ TECHNIKA** publie les études, analyses et traités scientifiques concernant les tâches de recherches résous dans le domaine de technique agricole. Publié par l'Institut des renseignements scientifiques et techniques du Ministère de l'agriculture et des forêts. Paraît une fois par mois. Rédaction Prague 2, Slezská 7.

■ V poslední době jsme svědky mohutného a stále se zrychlujícího rozvoje teorie spolehlivosti a jejího všestranného použití v nejrůznějších oborech techniky. Teorie spolehlivosti, která je mladší sestrou kybernetiky, se zabývá konstrukcí vhodných matematických modelů podávajících obraz o operační způsobilosti soustav prvků, zařazených a vykonávajících určité činnosti v řídicích zařízeních, v soustavě strojů ve výrobních linkách a v jiných zařízeních.

Tyto matematické modely, které jsou zjednodušeným obrazem a popisem operační způsobilosti soustav prvků, umožňují nejen zjistit vzájemné působení mnoha činitelů ovlivňujících vznik poruch, ale též předvídat v základních rysech průběh dalšího vývoje vzniku poruch a operační způsobilosti soustav prvků.

Ještě důležitější je to, že právě na základě těchto matematických modelů můžeme pomoci vhodných zásahů a opatření ovlivnit průběh jevů a procesů tak, aby jejich výsledek nejlépe splňoval naše požadavky na zajištění operační způsobilosti soustav prvků i celých strojů a soustav strojů. V matematických modelech můžeme měnit jednotlivé parametry a tak předvídat účinky různých zásahů a opatření. Jinými slovy: matematické modely nám umožňují experimentovat a zkoušet účinky různých rozhodnutí. Jejich zvláštní důležitost je však v tom, že umožňují z různých variant možného rozhodnutí vybrat řešení optimální, tj. takové, které zaručuje, že soustava prvků nebo strojů bude operačně způsobilá pro požadovaný časový interval.

K mohutnému rozvoji teorie spolehlivosti dochází právě nyní, kdy technický rozvoj je charakterizován vzrůstající komplexní mechanizací a automatizací výrobních procesů. Automatické soustavy, složené z různých namnoze velmi obtížných pochodů, jsou stále složitější. S rostoucí složitostí soustav prvků a zařízení vystupuje do popředí právě otázka operační způsobilosti. Proto je teorie spolehlivosti důležitá nejen u automatických řídicích a regulačních soustav, ale též u celých komplexů soustav nejrůznějších zařízení.

Komplexní mechanizace a automatizace výrobních procesů nastupují nyní na široké frontě též do zemědělské velkovýroby, kde se stávají základními prostředky technického pokroku a nejvýznamnějšími zdroji produktivity práce. Je proto pochopitelné, že do vědního oboru zemědělské techniky vstupuje též teorie spolehlivosti.

Teorie spolehlivosti, která je též zvana technickou kybernetikou, je založena na všestranném využití poznatků počtu pravděpodobnosti. Je to dáno tím, že operační způsobilost a poruchovost soustav jsou kolektivními jevy.

VLASTNÍ PRÁCE

V předkládané práci je věnována hlavní pozornost otázce operační způsobilosti soustav prvků a zařízení. Hlavní těžiště práce je v odvození integrodiferenciální rovnice Volterrova typu, definující tzv. funkci obnovování (Erneuerungsfunktion, Function of

replacement). V práci je též podáno řešení této velmi důležité rovnice, a to řešení založené na použití Laplaceovy transformace.

V úvodní části práce je pojednáno o základních pojmech teorie spolehlivosti, a to zejména o zákonu rozdělení poruch, o funkci rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruch, o funkci spolehlivosti, o střední době života prvků dané soustavy, o funkci nebezpečí poruchy a o některých dalších otázkách, které jsou fundamentálními pojmy teorie spolehlivosti a které mají bezprostřední význam pro otázky řešené v práci.

Zákon rozdělení poruch

Zde uvažujeme za náhodnou veličinu délku života prvku uvažované soustavy, tj. veličinu τ . Zákon rozdělení této náhodné veličiny je jednoznačně určen její distribuční funkcí $F(t)$, která udává pravděpodobnost, že za dobu t vznikne alespoň jedna porucha:

$$F(t) = P\{\tau < t\} \quad (1)$$

Předpokládá se, že funkce $F(t)$ je spojitá a že existuje spojitá funkce rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruchy $f(t)$, která je definována vztahem

$$\frac{d}{dt}F(t) = f(t) \quad (2)$$

Pravděpodobnost bezporuchové činnosti

Pravděpodobnost $P(t)$ bezporuchové činnosti prvku udává pravděpodobnost toho, že náhodná proměnná τ bude větší nebo rovna hodnotě t

$$P(t) = P\{\tau \geq t\} \quad (3)$$

Platí dále, že

$$P(t) = 1 - F(t) \quad (4)$$

Funkce $P(t)$ je obvykle nazývána funkcí spolehlivosti. Pro tuto funkci platí, že $P(0) = 1$, $P(t) = 0$ pro $t \rightarrow \infty$.

Hodnoty funkce spolehlivosti $P(t)$ lze pro danou soustavu prvku určit na základě pokusu. Předpokládejme, že máme určit hodnotu této funkce pro $t = t_0$, tj. pravděpodobnost bezporuchové činnosti v čase t_0 . Prozkoumáme bezporuchovou činnost u N prvků uvažované soustavy v intervalu $(0, t_0)$. Předpokládejme, že v čase t_0 pracovalo n prvků bez poruchy. Pak poměr $\frac{n}{N}$ ve smyslu Borelova teorému bude

$$\frac{n}{N} \rightarrow P(t_0) \quad \text{pro } t \rightarrow \infty$$

Lze tudíž psát, že při dostatečně velkém čísle N s pravděpodobností blízkou 1 platí přibližně rovnost

$$\frac{n}{N} \approx P(t_0) \quad (5)$$

Poměr $P_N(t) = \frac{n(t)}{N}$ se nazývá empirickou funkcí spolehlivosti. Se vzrůstajícím číslem N pak platí, že

$$P_N(t) = \frac{n(t)}{N} \approx P(t) \quad (6)$$

Střední doba bezporuchové činnosti

Střední doba T bezporuchové činnosti je vyjádřena vztahem

$$T = E(\tau) = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (7)$$

Snadno zjistíme že integrál uvedený na pravé straně této rovnice lze vyjádřit takto

$$\begin{aligned} T &= \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \\ &= \int_0^{\infty} t d[1 - P(t)] = \int_0^{\infty} t d[-P(t)] = -tP(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt \end{aligned}$$

čili

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (8)$$

To značí, že střední doba života prvku uvažované soustavy prvků je geometricky vyjádřena plochou obrazce, ohraničeného souřadnými osami a křivkou $P(t)$. Víme však, že $P(0) = 1$. Platí tedy, že střední doba života T může být vyjádřena jako základna obdélníku o výšce $P(0) = 1$ se stejným plošným obsahem, jaký má právě popsany obrazec.

Poznamenáváme, že střední doba života prvku značí střední hodnotu náhodné proměnné τ . Jinými slovy: střední dobou života prvku se rozumí střední doba bezporuchové činnosti prvku.

Pro zajímavost uvádíme, že pojem střední doba života, původně zavedený ve vitální statistice jako důležitá charakteristika délky doby života člověka, nalezl všestranné použití v nejrozličnějších oborech. Tak např. v jaderné fyzice se jako statistická charakteristika radioaktivních jader uvažuje střední doba jejich života. V biochemii se mluví o střední době života molekul nukleových kyselin, o střední době života molekul bílkovin a o střední době života molekul některých dalších látek, které v organismu rostliny, zvířete a člověka podléhají neustálému rozpadu a opětovnému znovuoobnovování. Ve fyziologii mluvíme o střední době života erythrocytu apod. Tento pojem nyní nalezl všestranné použití též v teorii spolehlivosti.

Střední doba života prvku uvažované soustavy prvků se obvykle určí z výsledků pokusů. Za tím účelem se u každého jednotlivého prvku dané soustavy prvků zjistí doba života. Považujeme $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ za zjištěnou dobu života. Za odhad veličiny T pak slouží průměr

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_N}{N}$$

Ve smyslu zákona velkých čísel pak platí, že

$$\bar{\tau} \rightarrow T \quad \text{pro } N \rightarrow \infty$$

Proto při postačitelně velkém číslu N platí přibližně rovnost

$$\bar{\tau} \approx T \quad (9)$$

Druhou důležitou charakteristikou spolehlivosti je rozptyl doby života.

Rozptyl doby života

Tento rozptyl (náhodné proměnné τ) je určen vztahem

$$\begin{aligned} D(\tau) &= E(\tau - T)^2 = E(\tau^2) - [E(\tau)]^2 = \\ &= \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T^2 = 2 \int_0^{\infty} t P(t) dt - T^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Rozptyl může být určen podle výsledků pokusů. Uvažujeme-li v pokusu soubor složený z N prvků a jsou-li $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ dobou jejich života, pak při postačitelně velkém číslu N platí:

$$D(\tau) \approx \frac{\sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2}{N-1} \quad (11)$$

kde:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^N \tau_i}{N}$$

Druhá odmocnina rozptylu je, jak známo, střední směrodatná odchylka $\sigma = \sqrt{D(\tau)}$. Použití rozptylu jako charakteristiky spolehlivosti je velmi vhodné.

Pomocí pokusů lze též určit empirické hodnoty $f_N(t)$ funkce hustoty pravděpodobnosti poruchy $f(t)$. Tak např. u n_k prvků z celkového počtu všech prvků zařazených do pokusu v intervalu $[(k-1)h, kh]$ pro $k = 1, 2, \dots$ došlo k vzniku poruchy. Pak je pozorovaná hustota poruchy určena vztahem

$$f_N(t) = \frac{n_k}{Nh} \quad (12)$$

jestliže $(k-1)h \leq t < kh$. Při postačitelně velkém číslu N a malé šířce intervalu h pak platí:

$$f_N(t) \approx f(t)$$

Funkce nebezpečí poruch

Tato funkce je též nazývána funkcí intenzity poruch.

Uvažujme tuto otázku: Předpokládejme, že uvažovaný prvek byl v operační způsobilosti (pracoval bez poruchy) v intervalu $(0, t)$. S jakou pravděpodobností lze očekávat, že u tohoto prvku nastane porucha v intervalu (t, t_1) ? Tuto pravděpodobnost označme symbolem $P(t, t_1)$. Jev, že prvek bude pracovat bez poruchy v intervalu $(0, t)$ označme jako jev A . Dále označme jev, že též prvek bude pracovat bez poruchy v intervalu (t, t_1) jako jev B .

Je zřejmé, že hledaná pravděpodobnost $P(t, t_1)$ je vlastně podmíněná pravděpodobnost

$$P(t, t_1) = P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

kde výraz $P(AB)$ značí pravděpodobnost toho, že uvažovaný prvek bude pracovat bez poruchy v intervalu $(0, t_1)$.

Lze proto psát, že

$$P(t, t_1) = \frac{P(0, t_1)}{P(0, t)} \quad (13)$$

Pravděpodobnost, s jakou možno očekávat, že v intervalu (t, t_1) se vyskytuje porucha, je pak určena vztahem

$$F(t, t_1) = 1 - P(t, t_1) = \frac{P(0, t) - P(0, t_1)}{P(0, t)} \quad (14)$$

Položme nyní $t_1 = t + \Delta t$ a předpokládejme, že $t \rightarrow 0$. Pak lze uvést, že

$$F(t, t + \Delta t) = \frac{P(0, t) - P(0, t + \Delta t)}{P(0, t)} = -\frac{P'(t)}{P(t)} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \quad (15)$$

Položme nyní

$$-\frac{P'(t)}{P(t)} = \lambda(t) \quad (16)$$

Pro malé hodnoty Δt pak platí, že

$$F(t, t + \Delta t) \approx \lambda(t) \cdot \Delta t \quad (17)$$

Z tohoto vztahu je zřejmé, že veličina $\lambda(t)$ může být považována za lokální charakteristiku spolehlivosti. Tato veličina značí pravděpodobnost, s jakou lze očekávat, že u prvku pracujícího bez poruchy až do momentu t nastane v dalším jednotkovém intervalu porucha. Funkci $\lambda(t)$ nazýváme funkcí nebezpečí poruchy.

Snadno poznáme, že funkci $P(t)$ bezporuchové činnosti (tj. funkci spolehlivosti) lze vyjádřit pomocí rovnice

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (18)$$

Z tohoto vztahu plyne, že pravděpodobnost bezporuchové činnosti (operační způsobilosti) daného prvku v intervalu (t_1, t_2) je rovna

$$P(t_1, t_2) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt} \quad (19)$$

Rovněž funkce nebezpečí poruchy může být určena podle výsledků zjištěných pokusem. Předpokládejme, že do pokusu bylo zařazeno celkem N prvků. Označme $n(t)$ počet prvků, které pracovaly bez poruchy až do momentu t .

Při dostatečně velkém číslu N a pro malé hodnoty Δt pak platí, že

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= -\frac{P'(t)}{P(t)} \approx \frac{P(t) - P(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot P(t)} \approx \\ &\approx \frac{n(t) - n(t + \Delta t)}{N} = \frac{\Delta n}{\Delta t \cdot n(t)}\end{aligned}$$

kde: Δn = počet poruch zjištěných v intervalu $(t, t + \Delta t)$

Jestliže Δt je postačitelně malé číslo a je-li naopak Δn dostatečně velké číslo, pak

$$\lambda(t) \approx \frac{\Delta n}{\Delta t \cdot n(t)} \quad (20)$$

Platí tedy, že hodnota funkce nebezpečí poruchy je rovna počtu poruch, které se objevily v jednotkovém intervalu, děleném počtem prvků, které v daný moment pracovaly bez poruchy.

Rozsáhlými výzkumy bylo zjištěno, že pro velmi širokou třídu nejrozličnějších soustav prvků je zcela vyhovující považovat funkci nebezpečí poruchy za konstantu, tj.:

$$\lambda(t) = \lambda = \text{konst.}$$

V tomto případě je funkce spolehlivosti $P(t)$ — jak plyne z rovnice (18) — určena vztahem:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \quad (21)$$

Takový zákon spolehlivosti se nazývá exponenciálním zákonem spolehlivosti. Při platnosti tohoto zákona lze očekávat, že dojde k vzniku poruchy v čase t s pravděpodobností

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (22)$$

Funkce hustoty pravděpodobnosti poruchy je pak určena vztahem

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (23)$$

Střední doba života T je v tomto případě rovna

$$T = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (24)$$

Vidíme, že v případě exponenciálního zákona spolehlivosti je střední doba života prvku nepřímo úměrná nebezpečí poruchy a obráceně je nebezpečí poruchy nepřímo úměrné střední době života prvku.

Jestliže nyní v rovnici (21) položíme $\lambda = \frac{1}{T}$, dostaneme, že exponenciální zákon spolehlivosti soustavy prvků lze též vyjádřit pomocí vztahu

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T}} \quad (25)$$

Zde popsaný zákon exponenciální spolehlivosti je analogický zákonu rozpadu radioaktivních jader. Podobně jako při platnosti exponenciálního zákona spolehlivosti lze počet prvků schopných bezporuchové činnosti vyjádřit jako exponenciální funkci času, je též počet radioaktivních jader — která v čase t ještě zůstávají nerozpadlá — vyjádřen stejnou exponenciální funkcí. Střední doba života radioaktivních jader je nepřímo úměrna rozpadové konstantě, rovněž označované symbolem λ . Jde tedy o stejnou závislost, která existuje při exponenciálním zákonu spolehlivosti mezi střední dobou života prvku a konstantou nebezpečí poruchy.

Exponenciální zákon spolehlivosti našel všestranné použití při nejrůznějších aplikacích teorie spolehlivosti. Důležitou vlastností tohoto zákona je, že při jeho platnosti není pravděpodobnost bezporuchové práce v intervalu $(t, t + \tau)$ závislá na délce intervalu $(0, t)$, nýbrž pouze na délce intervalu τ . Tuto důležitou vlastnost exponenciálního zákona spolehlivosti lze snadno dokázat.

Platí totiž, že

$$P(t, t + \tau) = \frac{P(t + \tau)}{P(t)} = \frac{e^{-\lambda(t+\tau)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda \tau}$$

Rozptyl $D(\tau)$ proměnné τ v případě exponenciálního zákona spolehlivosti určíme pomocí vztahu (10).

V tomto případě dostaneme, že

$$\begin{aligned} D(\tau) &= 2 \int_0^{\infty} t P(t) dt - T^2 = 2 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = \\ &= 2 \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2} = T^2 \end{aligned} \quad (26)$$

Vidíme, že při platnosti exponenciálního zákona spolehlivosti je směrodatná odchylka náhodné proměnné τ rovna střední době života.

Kromě zde popsaného exponenciálního zákona spolehlivosti je v některých případech používáno ještě některých dalších zákonů spolehlivosti. Z nich jsou to zejména tyto: normální zákon spolehlivosti, Weibullův zákon spolehlivosti, zákon spolehlivosti vyjádřený pomocí funkce gama a logaritmicke-normální zákon spolehlivosti.

Pro normální zákon spolehlivosti má funkce spolehlivosti tvar:

$$P(t) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-\tau}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx} \quad (27)$$

Funkce spolehlivosti pro Weibullův zákon je definována takto

$$P(t) = e^{-\lambda t^\alpha} \quad (28)$$

Střední doba života je v tomto případě vyjádřena vztahem:

$$T = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t^{\frac{1}{\alpha}}} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{\lambda^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (29)$$

rozptyl vztahem:

$$D(\tau) = \sigma^2 = \frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{\lambda^{\frac{2}{\alpha}}} \quad (30)$$

a funkce nebezpečí poruchy vztahem:

$$\lambda(t) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} \quad (31)$$

Zákon spolehlivosti vyjádřený pomocí funkce gama má tvar:

$$P(t) = \int_{\lambda t}^{\infty} \frac{a^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-x} dx \quad (32)$$

Funkce rozdělení hustoty pravděpodobnosti poruch je v tomto případě vyjádřena vztahem:

$$f(t) = -P'(t) = \frac{\lambda^{\alpha} t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda t} \quad (33)$$

Střední dobou života prvku je zde:

$$T = \int_0^{\infty} \frac{\lambda^{\alpha} t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda t} dt = \frac{\alpha}{\lambda} \quad (34)$$

Konečně rozptyl je v tomto případě vyjádřen vztahem:

$$D(\tau) = \sigma^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2} \quad (35)$$

Poznamenáváme, že rozdělení hustoty pravděpodobnosti, vyjádřené pomocí funkce gama pro $\alpha = \frac{n}{2}$ a pro $\lambda = \frac{1}{2}$, přechází v rozdělení hustoty pravděpodobnosti náhodné proměnné χ^2 . Jestliže $\alpha = 1$, přechází funkce gama rozdělení v exponenciální zákon rozdělení.

Logaritmicko-normální zákon spolehlivosti je vyjádřen funkcí spolehlivosti

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\ln \frac{t}{T}}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (36)$$

Věnujme teď pozornost otázce obnovování prvků uvažované soustavy. Naším úkolem je odvodit příslušnou funkci obnovování.

Předpokládejme, že funkce $N(t)$ vyjadřuje počet prvků uvažované soustavy, které jsou v čase t v operační způsobilosti. Počet prvků, které byly v operační způsobilosti v čase $t = 0$, označme symbolem $N(0)$.

V důsledku nastalých poruch jsou některé prvky vyřazovány z provozu. Snadno poznáme, že počet prvků, které jsou v operační způsobilosti v čase t , může být vyjádřen vztahem

$$N(t) = N(0) P(t) \quad (37)$$

kde: $P(t)$ = funkce spolehlivosti

Tato funkce vyjadřuje, jak již bylo uvedeno, pravděpodobnost toho, že náhodná veličina τ (doba poruchy) bude větší nebo rovna zvolené hodnotě t .

Předpokládáme, že počet prvků, které jsou v operační způsobilosti v čase $t = 0$, je postačitelně velké číslo a že tudíž funkci $N(t)$ můžeme považovat za spojitou funkci. V případě, že by veličina $N(0)$ byla jen malé číslo, nebylo by možno funkci $N(t)$ považovat za spojitou funkci — v takovém případě by funkce $N(t)$ nabývala celočíselných hodnot.

Označme symbolem $R(t)$ funkci obnovování, vyjadřující počet nových prvků, které byly zařazeny do uvažované soustavy prvků jako náhrada za prvky, u nichž nastala porucha.

Jestliže $R(\tau)$ značí počet nově zařazených prvků v intervalu $(0, \tau)$, pak $R'(\tau)$ značí počet prvků nově zařazovaných do soustavy v intervalu $(t = \tau, t = \tau + d\tau)$.

Z těchto nově zařazených prvků v čase t (pro $\tau < t \leq \tau + d\tau$) zůstane v operační způsobilosti počet prvků, jenž se rovná hodnotě

$$R'(\tau) P(t - \tau) d\tau$$

Celkový počet prvků, které jsou v operační způsobilosti v čase t , lze tudíž vyjádřit pomocí rovnice

$$N(t) = N(0) P(t) + \int_0^t R'(\tau) P(t - \tau) d\tau \quad (38)$$

První člen na pravé straně této rovnice značí počet prvků, které zůstávají v operační způsobilosti v čase t , kdežto druhý člen vyjadřuje počet prvků, které pocházejí z prvků nově zařazovaných do provozu v každém z intervalů $d\tau$, ležících v intervalu od $\tau = 0$ do $\tau = t$, a zůstávají v pracovní způsobilosti v čase t .

Rovnice (38) je integrodiferenciální rovnice, a to Volterrova typu. V této rovnici se v integrálu na pravé straně rovnice vyskytuje první derivace funkce obnovování $R(t)$ — která není předem obecně známa a má být teprve určena, a to podle toho, jaké funkce $N(t)$ a $P(t)$ jsou konkrétně uvažovány.

Tuto rovnici lze též, jak známo, psát takto:

$$N(t) = N(0) P(t) + R'(t) \star P(t) \quad (39)$$

kde: $R'(t) \star P(t)$ = konvoluce dvou funkcí; v tomto případě funkce $R'(t)$ a funkce $P(t)$

Naším úkolem je nalézt řešení rovnice (39), tj. určit takovou funkci obnovování $R(t)$, které vyhovuje konkrétně uvažovaným funkcím $N(t)$ a $P(t)$.

Tuto rovnici lze snadno řešit pomocí Laplaceovy transformace a s použitím příslušných vět platících o operacích založených na této transformaci.

Laplaceova transformace umožňuje přiřazení tzv. obrazové funkce k dané vzorové funkci. Toto přiřazení je definováno vztahem:

$$f(s) = L\{F(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt \quad (40)$$

kde: $f(s)$ = obrazová funkce, přiřazovaná pomocí Laplaceovy transformace k vzorové funkci $F(t)$

Obráceně lze k obrazové funkci $f(s)$ přiřadit vzorovou funkci $F(t)$, a to pomocí inverzní Laplaceovy transformace:

$$F(t) = L^{-1}\{f(s)\} = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{\pi+i\beta}^{\pi+i\beta} e^{st} f(s) ds \quad (41)$$

Laplaceova transformace konvoluce dvou vzorových funkcí se rovná součinu jejich funkcí. Jestliže tedy uvažujeme dvě vzorové funkce $F_1(t)$ a $F_2(t)$, Laplaceova transformace jejich konvoluce je

$$L\{F_1(t) \star F_2(t)\} = f_1(s) \cdot f_2(s)$$

Provedeme-li Laplaceovu transformaci výrazů obsažených na levé a pravé straně rovnice (39), dostaneme rovnici:

$$n(s) = N(0)p(s) + sr(s) \cdot p(s) \quad (42)$$

kde: $n(s)$ = obrazová funkce přiřazená pomocí Laplaceovy transformace k vzorové funkci $N(t)$

$r(s)$ = obrazová funkce přiřazená k funkci obnovování $R(t)$

$p(s)$ = obrazová funkce přiřazená k vzorové funkci $P(t)$

$N(0)$ = počet prvků s plnou operační způsobilostí, zařazených do soustavy prvků v čase $t = 0$

Z rovnice (42) plyne, že obrazová funkce $r(s)$, která je pomocí Laplaceovy transformace přiřazována k vzorové funkci $R(t)$, může být vyjádřena vztahem

$$r(s) = \frac{n(s) - N(0)p(s)}{sp(s)} \quad (43)$$

Hledaná funkce obnovování $R(t)$ je pak inverzní Laplaceovou transformací obrazové funkce $r(s)$, tzn., že

$$R(t) = L^{-1}\{r(s)\} \quad (44)$$

Jak již bylo dříve uvedeno, je pro širokou třídu nejruznějších soustav prvků zcela vyhovující považovat za vhodný model spolehlivosti soustavy exponenciální funkci spolehlivosti, tj. funkci

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

jejíž vlastnosti byly již podrobně uvedeny.

Snadno zjišťujeme, že obrazová funkce $p(s)$, kterou lze pomocí Laplaceovy transformace přiřadit k vzorové funkci $P(t)$, je určena vztahem

$$p(s) = L\{P(t)\} = L\{e^{-\lambda t}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{s + \lambda} \quad (45)$$

Pro zjednodušení předpokládáme, že funkce $N(t)$, vyjadřující počet prvků s plnou operační způsobilostí obsažených v soustavě v čase t , je konstanta a dále, že tato konstanta se rovná počtu prvků s plnou operační způsobilostí zařazených do soustavy v čase $t = 0$, tj., že $N(t) = N(0)$. Toto zjednodušení je logicky zcela zdůvodněno požadavkem, aby uvažovaná soustava prvků v libovolném čase t vždy obsahovala požadovaný počet prvků s pracovní způsobilostí, a to takový počet, který byl obsažen v soustavě na začátku činnosti soustavy.

V tomto případě předpokládáme, že

$$n(s) = L\{N(t)\} = L\{N(0)\} = \frac{N(0)}{s} \quad (46)$$

Položíme-li do rovnice (43) za $p(s)$ výraz definovaný vztahem (45) a za $n(s)$ výraz plynoucí ze vztahu (46), dostaneme rovnici

$$r(s) = \frac{\frac{N(0)}{s} - N(0) \frac{1}{s + \lambda}}{\frac{1}{s + \lambda}} = \frac{N(0) \left[\frac{s + \lambda - s}{s(s + \lambda)} \right]}{\frac{s}{s + \lambda}} = \frac{N(0) \lambda}{s^2} \quad (47)$$

Této obrazové funkci odpovídá inverzní Laplaceova transformace

$$R(t) = L^{-1} \left\{ \frac{N(0) \lambda}{s^2} \right\} = N(0) \lambda t \quad (48)$$

Tím jsme dostali funkci obnovování $R(t)$ jako řešení integrodiferenciální rovnice (38) za předpokladu, že pro uvažovanou soustavu prvků platí exponenciální zákon spolehlivosti a dále při vyslovení požadavku, aby soustava v každý moment obsahovala stejný počet operačně způsobilých prvků, a to takový počet, který soustava měla na začátku své činnosti.

Jak vidíme, je při platnosti exponenciálního zákona spolehlivosti funkce obnovování $R(t)$ velmi jednoduchá. V tomto případě počet prvků, které mají být do soustavy nově zařazeny náhradou za prvky, u nichž vznikla porucha, se v čase t rovná součinu počtu prvků $N(0)$ — který soustava obsahovala na začátku své práce a který má mít soustava k dispozici v plné operační způsobilosti v každý další moment — dále součinu koeficientu nebezpečí poruchy λ a délky časového intervalu $(0, t)$. Při platnosti exponenciálního zákona spolehlivosti může být soustava prvků udržována na stejné úrovni, definované počtem operačně způsobilých prvků, je-li neustále doplňována za každou časovou jednotku novými bezporuchově pracujícími prvky, a to vždy počtem, který je vyjádřen součinem $N(0) \lambda$.

Funkce obnovování má základní význam nejen pro operační způsobilost soustavy prvků, ale též pro soustavy různých zařízení a strojových linek.

Funkce obnovování $R(t)$ může být též vyjádřena pomocí integrodiferenciální rovnice, ve které je místo funkce spolehlivosti uvažována funkce rozdělení poruch během času $F(t)$ — viz rovnice (1) a (4).

V tomto případě je funkce obnovování $R(t)$ určena rovnicí

$$R(t) = N(0)F(t) + \int_0^t F'(\tau)R(t-\tau)d\tau \quad (49)$$

tj.

$$R(t) = N(0)F(t) + F'(t) * R(t) \quad (50)$$

K této rovnici lze přiřadit rovnici

$$r(s) = N(0)f(s) + sf(s)r(s) \quad (51)$$

kde: $r(s)$, $f(s)$ jsou Laplaceovy transformace funkcí $R(t)$ a $F(t)$

Z této rovnice plyne, že obrazová funkce $r(s)$ — jež je Laplaceovou transformací funkce obnovování $R(t)$ — může být vyjádřena vztahem

$$r(s) = \frac{N(0)f(s)}{1 - sf(s)} \quad (52)$$

Použijme tohoto vztahu pro zjištění funkce obnovování $R(t)$ též pro případ, kde je uvažován exponenciální zákon spolehlivosti. V tomto případě je obrazová funkce $f(s)$ určena vztahem:

$$\begin{aligned} f(s) &= L\{F(t)\} = L\{1 - P(t)\} = L\{1 - e^{-\lambda t}\} = \\ &= \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \lambda} = \frac{\lambda}{s(s + \lambda)} \end{aligned} \quad (53)$$

Dosazením výrazu pro $f(s)$, určeného vztahem (53), do rovnice (52), dostaneme rovnici

$$r(s) = \frac{N(0) \frac{\lambda}{s(s + \lambda)}}{1 - s \frac{\lambda}{s(s + \lambda)}} = \frac{N(0) \lambda}{s^2} \quad (54)$$

Jak vidíme, dostali jsme též v tomto případě obrazovou funkci $r(s)$, která je identická s obrazovou funkcí, kterou jsme obdrželi při řešení integrodiferenciální rovnice (38). Řešením integrodiferenciální rovnice druhého tvaru — viz rovnici (49) — proto dostáváme stejnou funkci obnovování $R(t) = N(0) \lambda t$.

Z A V Ě R

V práci je podán soustavný výklad o všech základních pojmech teorie spolehlivosti. Vlastním účelem práce je odvození integrodiferenciální rovnice obnovy (Erneuerungsfunktion, Function of replacement) soustavy prvků nebo soustavy zařízení. Je podrobně pojednáno o významu funkce obnovy pro plynulé udržování v chodu libovolné soustavy prvků nebo soustavy zařízení. Je též pojednáno o významu funkce obnovy pro řízení výrobních procesů.

V práci jsou podány dva tvary integrodiferenciálních rovnic, které určují funkci obnovování. V obou případech je použito Laplaceových transformací při řešení integro-

diferenciálních rovnic. Zjištěná řešení definují hledanou funkci obnovy, a to takovou funkci, jež odpovídá funkci spolehlivosti uvažované soustavy a splňuje též všechny požadavky, které jsou na soustavu kladeny. Protože u převážné většiny soustav prvků a zařízení se za vhodný model pro vyjádření spolehlivosti považuje exponenciální funkce spolehlivosti, při konstrukci integrodiferenciální rovnice obnovy, je v práci uvažována právě tato funkce spolehlivosti.

Je pochopitelné, že vlastní konstrukci integrodiferenciální rovnice obnovy nutně muselo předcházet podrobné pojednání o všech základních pojmech teorie spolehlivosti, z nichž se vycházelo při konstrukci integrodiferenciální rovnice obnovy.

Došlo dne 2. 7. 1966

Literatura

1. Calabro, S. R.: Základy spolehlivosti a jejich využití v praxi. Praha, Státní nakladatelství technické literatury 1965 (překlad z anglického originálu: Reliability Principles and Practices, McGraw-Hill, New York 1962). — 2. Carr, R. - Howe, Ch. W.: Quantitative decision procedures in management. New York, McGraw-Hill 1964. — 3. Gnědenko, B. V. - Beljajev, J. K. - Solovjev, A. D.: Matematičeskije metody v teorii naděžnosti. Moskva, Izdatelstvo Nauka - Glavnaja redakcija fiziko-matematičeskoy literatury 1965. — 4. Churchill, R. V.: Modern Operational Mathematics in Engineering. New York - London, McGraw-Hill, 1944. — 5. Jaeger, J. C.: An Introduction to the Laplace Transformation. London, Methuen and Co. Ltd. 1949. — 6. Levin, B. R.: Teoretičeskije osnovy statističeskoy radio-techniki. Moskva, Izdatelstvo Sovětskoje radio, 1966. — 7. Lloyd, D. K. - Lipov, M.: Naděžnost - organizacija, issledovanija, metody, matematičeskoy apparat. Moskva, Izdatelstvo Sovětskoje radio, 1964 (překlad z anglického originálu: Reliability: Management, Methods and Mathematics. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1962). — 8. Malikov, I. M. - Polovko, A. M. - Romanov, N. A. - Čukrejev, P. A.: Základy teorie a výpočtu spolehlivosti. Praha, Státní nakladatelství technické literatury, 1963 (překlad z ruského originálu: Osnovy teorii i rasčeta naděžnosti. Leningrad, Gosudarstvennoje sojuznoje izdatelstvo sudostroitelnoj promyšlennosti, 1960). — 9. Papoulis, A.: Probability, Random Variables and Stochastic Processes. New York, McGraw-Hill Book Company, 1965. — 10. Sandler, G. H.: Technika naděžnosti sistem. Moskva, Izdatelstvo Nauka - Glavnaja redakcija fiziko-matematičeskoy literatury, 1966 (překlad z anglického originálu: System reliability engineering. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey). — 11. Šor, J. B.: Statistické metody analýzy a kontroly jakosti a spolehlivosti. Praha, Státní nakladatelství technické literatury, 1965 (překlad z ruského originálu: Statističeskije metody analiza i kontrolja kačestva i naděžnosti. Moskva, Sovětskoje radio, 1962). — 12. Treier, V. N.: Teorija dolgověčnosti i naděžnosti mašin. Minsk, Izdatelstvo: Nauka i tehnika, 1964.

Статистическая теория надежности и ее применение в технике

В работе описывается систематическое изложение всех основных понятий теории надежности. Главное назначение работы — выведение интегродифференциального уравнения восстановления (Erneuerungsfunktion, Function of replacement) системы элементов или системы управления. Подробно описывается значение функции восстановления для управления производственными процессами.

В работе приводятся два вида интегродифференциальных уравнений, которые определяют функцию восстановления. В обоих случаях применяется трансформация Лапласа при решении интегродифференциальных уравнений. Полученное решение определяет искомую функцию восстановления, а именно такую функцию, которая отвечает функции надежности предлагаемой системы и выполняет также все требования, предъявляемые к системе. Так как у преобладающего большинства систем элементов и устройств пригодной моделью для выражения надежности считается показательная функция надежности, при конструкции интегродиффе-

ренциального уравнения восстановления, в работе приводится именно эта функция надежности.

Само собой разумеется, что самой конструкции интегродифференциального уравнения должно в обязательном порядке предшествовать подробное обсуждение всех основных понятий теории надежности, из которых исходили при конструкции интегродифференциального уравнения восстановления.

Statistical Theory of Reliability and its Application in the Engineering Practice

The paper gives a systematic explanation of all principal characteristics of the theory of reliability. The aim of the paper is to derive the integrodifferential equation of the function of replacement with a system of elements or of the system of management. The significance of the function of replacement for the continuous functioning of any system of elements or system of management is dealt with in detail. Furthermore, the significance of the function of replacement for the management of the production procedures is being discussed.

Two forms of integrodifferential equations, determining the function of replacement are given in the paper. In both cases Laplace's transformations are being used for the solution of the integrodifferential equations. The solutions define the required function of replacement, i. e. such one, which corresponds to the function of reliability of the system considered, while meeting all the requirements demanded in the system. As with the majority of the systems of elements and management the exponential function of reliability in the design of the integrodifferential equation of replacement is considered to be the suitable model to express the reliability, it is just this function of reliability which is considered in the paper.

Comprehensibly, the proper design of the integrodifferential equation of the function of replacement had to follow only after a detailed discussion on all the principal terms of the theory of reliability used in the design of the integrodifferential equation of the function of replacement.

Statistische Theorie der Verlässlichkeit und ihre Anwendung in der Technik

In der Arbeit wird eine systematische Erklärung über sämtliche Grundbegriffe der Verlässlichkeitstheorie geboten. Der eigene Zweck dieser Arbeit ist die Ableitung der integrodifferenziellen Erneuerungsfunktion des Elementen- oder Leitsystems. Es wird genau die Bedeutung der Erneuerungsfunktion zur laufenden Erhaltung des Ganges eines beliebigen Elementen- oder Leitsystems behandelt. Es wird auch über die Bedeutung der Erneuerungsfunktion für die Leitung der Produktionsprozesse verhandelt.

In der Arbeit werden zwei Formen der integrodifferenziellen Gleichung, die die Erneuerungsfunktion bestimmen, geboten. In beiden Fällen werden die Laplace-Transformationen bei der Lösung von integrodifferenziellen Gleichungen angewendet. Die festgestellten Lösungen definieren die gesuchte Erneuerungsfunktion, und zwar eine solche Funktion, die der Verlässlichkeitsfunktion des erwägten Systems entspricht und erfüllt auch sämtliche Anforderungen, die auf das System gelegt werden. Da bei der überwiegenden Mehrheit der Elementensysteme und Einrichtungen als ein geeignetes Modell für die Äußerung der Verlässlichkeit, die exponentielle Verlässlichkeitsfunktion, bei der Konstruktion der integrodifferenziellen Erneuerungsgleichung anzusehen ist, wird in der Arbeit eben diese Verlässlichkeitsfunktion erwägt.

Begreiflicherweise, daß der eigenen Konstruktion der integrodifferenziellen Erneuerungsgleichung eine genaue Abhandlung über sämtliche Grundbegriffe der Verlässlichkeitstheorie vorangehen mußte, von denen man bei der Konstruktion der integrodifferenziellen Erneuerungsgleichung ausging.

Adresa autora:

Prof. dr. Václav Myslivec, Vysoká škola zemědělská, fakulta agronomická, katedra biofyziky, Suchbát u Prahy

1. PROBLÉM STLAČOVÁNÍ PŮDY

Stlačování zemědělské půdy koly traktoru je součástí širší problematiky, která může být označena jako vliv mechanizačních prostředků na stav půdy. Fyzikální stav půdy je závažným činitelem při vývoji zemědělských plodin, které vyžadují zejména vhodné množství a tvar pórů v určitém objemu půdy, zajišťujících vodní režim, propustnost plynů i sdílení tepla a vhodnou objemovou hmotu půdy, s níž např. souvisí schopnost pronikání kořenů rostlin za živinami [1].

Vliv stlačení půdy na její kvalitu a výnosy plodin je předmětem pozornosti odborníků již po dlouhou řadu let a je diskutován z různých hledisek. Vcelku se názory shodují na tom, že jde o vliv škodlivý. Možnosti omezit škodlivé zhutňování půdy jsou hlavně dvě:

- snížit tlak mechanizačních prostředků na půdu [2–8]
- snížit provoz na poli na nejmenší míru, tj. metoda nazývaná „minimum tillage“ [9, 10, 11].

Předkládaná práce je věnována vědeckým poznatkům a metodám, jejichž znalost a použití může přispět k řešení první možnosti na omezení zhutňování půdy, a to v aplikaci na kola traktorů. Hnací kolo traktoru zatěžuje půdu (zeminu) svislým kontaktním tlakem a navíc obvodovým hnacím účinkem [7, 12]. Řešení souvislosti mezi deformací půdy a těmito účinky je teoreticky i experimentálně velmi náročné. Velkým problémem je navíc prostředí, pro které se otázka řeší, tj. půda (zemina) se svými proměnlivými vlastnostmi co do místa i času.

Mechanickými vlastnostmi zemin se po technické stránce zabývá mechanika zemin, původně aplikovaná ve stavebním inženýrství [13, 14] a nověji i při sledování průjezdnosti vozidel terénem [15]. Mechanika zemin v současné podobě již přináší propracované metody výpočtu napjatosti v zemině, které je možno vhodně aplikovat i na případ kol traktoru. Další částí této práce seznámí čtenáře s poznatky mechaniky zemin, umožňujícími řešit otázku stlačování půdy, a s uveřejněnými zprávami o jejich aplikaci v oboru traktorů, a to jak po stránce teoretické, tak i experimentální.

2. NĚKTERÉ FYZIKÁLNĚ TECHNICKÉ VLASTNOSTI ZEMIN

2.1 Fyzikální vlastnosti zemin jsou důležitou složkou jak mechaniky zemin, tak i zemědělského půdoznavství. Při experimentech i výpočtech je nutno správně uvádět podstatné definující vlastnosti zeminy, aby pokus či výpočet byl opakovatelný. Při experi-

mentu je s ohledem na jeho cíl též nutno zdůvodnit volbu sledovaných fyzikálních vlastností zeminy.

Rozdíl mezi půdou a zeminou je ten, že půda je přirozeně uložená zemní hmota, kdežto zemina je část půdy odebraná ať v původním uložení, nebo rozrušená kopáním. Zemina je třífázový útvar, skládající se z fáze pevné (zrna), kapalné (voda a roztoky) a plynné (vzduch a plyny). Stav (konzistence) soudržné zeminy závisí (při teplotě nad bodem mrazu) hlavně na poměru pevné a kapalné fáze. Podle ČSN 73 0090 (Geologický průzkum pro stavební účely) se stav soudržných zemín rozlišuje takto:

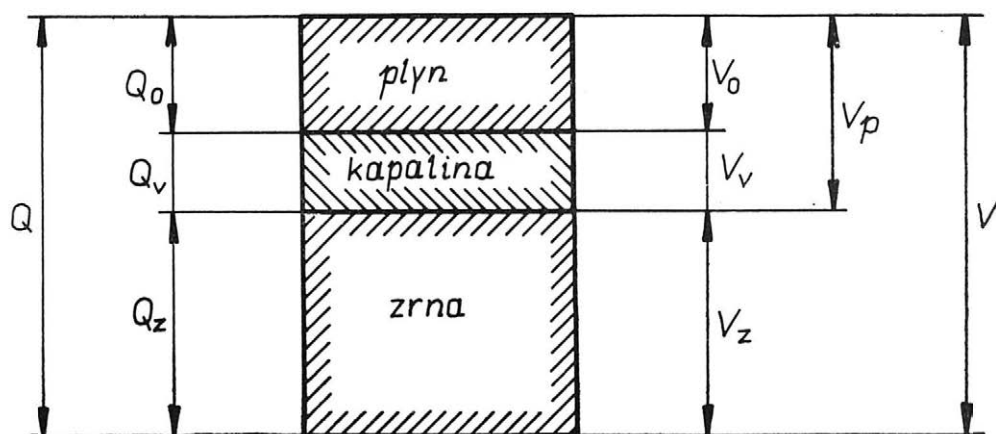
tvrdý	při vlhkosti 0 % až mez smrštění,
pevný	mez smrštění až mez vláčnosti,
tuhý } plastický	mez vláčnosti až mez tekutosti,
měkký }	(meze plasticity),
kašovitý	nad mezí tekutosti,
tekutý	při vlhkosti blíží se 100 %.

Sypké zeminy se ulehlostí charakterizují jako ulehlé, středně ulehlé a kypré. Přesným kritériem je tzv. relativní hutnost.

2.2 Schematicky si můžeme představit, že fáze jsou od sebe odděleny (obr. 1). Celkový objem V (cm^3), popř. hmotnost Q (g), se skládá ze tří složek:

$$V = V_z + V_v + V_o \quad Q = Q_z + Q_v + Q_o \quad (1)$$

$$V_p = V_v + V_o \quad (2)$$



1. Tři fáze v zemině

Tři základní fyzikální veličiny zeminy jsou pak definovány takto:

a) objemová hmota zeminy

$$\gamma = \frac{Q}{V} \quad (\text{g/cm}^3) \quad (3)$$

b) objemová hmota suché zeminy

$$\gamma_s = \frac{Q_z}{V} \quad (\text{g/cm}^3) \quad (4)$$

c) specifická hmota zrn

$$\gamma_z = \frac{Q_z}{V_z} \quad (\text{g/cm}^3) \quad (5)$$

Z těchto základních veličin lze odvodit tři důležité údaje o stavu zeminy:

d) pórovitost zeminy

$$n = \frac{V_p}{V} = 1 - \frac{\gamma_s}{\gamma_z} \quad (6)$$

Terzaghi [14] alternativně zavedl tzv. číslo pórovitosti

$$e = \frac{V_p}{V_z} = \frac{n}{1 - n} \quad (6')$$

které často zjednodušuje výpočty;

e) vlhkost zeminy

$$w = \frac{Q_v}{Q_z} = \frac{\gamma}{\gamma_z (1 - n)} - 1 \quad (7)$$

(ve druhém členu vzorce se uvažuje, že specifická hmota kapaliny $\gamma_v = 1$);

Vlhkostí zeminy se rozumí ono množství vody obsažené v zemině, jež lze ze zeminy odstranit vysoušením při teplotě 100–105° C do stálé váhy (ČSN 72 1103);

f) stupeň nasycení vodou

$$\zeta = \frac{V_v}{V_p} = \frac{w \cdot \gamma_s}{n} \quad (8)$$

(při $\zeta = 100\%$ je zemina saturována — nasycena vodou).

Některé směrné hodnoty jsou tyto: průměrná $\gamma = 2,0$ nad hladinou podzemní vody; $\gamma_s = 1,2$ (jíl) až 1,8 (písek); $\gamma_z = 2,6$ –2,7; přirozená pórovitost $n = 25$ –36 % (písek), 46–55 % (jíl).

K definování základních vlastností zeminy při experimentu je nutno udat libovolné tři veličiny ze šesti uvedených pod a) až f). Obvyklé jsou tyto sestavy:

$$\gamma - \gamma_s - \gamma_z; \quad \gamma_s - \gamma_z - w; \quad \gamma_s - n - w$$

Způsoby měření základních veličin a údajů jsou normovány takto:

ČSN 72 1101 — Objemová váha zemin — laboratorní stanovení.

ČSN 72 1102 — Měrná (specifická) váha zemin — laboratorní stanovení.

ČSN 72 1103 — Vlhkost zemin — laboratorní stanovení.

ČSN 72 1104 — Obsah hygroskopické vody v zeminách — laboratorní stanovení.

2.3 S obsahem vody v zemině souvisí její konzistenční meze, definované vlhkostí podle rovnice (7), mezi nimiž se zemina nachází v plastickém (tvárném) stavu. Konzistenční meze jsou tedy dvě:

a) mez vláčnosti w_p (dolní mez plasticity) (%),

b) mez tekutosti w_l (horní mez plasticity) (%).

Jmenované meze byly navrženy Atterbergem k přesnějšímu definování druhu zeminy s ohledem na obsah vody.

Mez vláčnosti je vlhkost, při níž lze ze zeminy vyválet bez drolení dráty o průměru 3 mm.

Mez tekutosti se podle Atterberga zjistí takto:

V normalizované misce se vytvoří ze zeminy koláček o výšce 8 mm a zvláštním nožem se v něm vyřízne brázda dole 2 mm široká se sklonem bočních stěn 60° . Jestliže se brázda právě po 25 úderech misky s výše 1 cm opět uzavře v délce 1 cm, má zemina vlhkost na mezi tekutosti [13].

Jinou metodu stanovení meze tekutosti navrhl A. M. Vasiljev, podle něhož musí do připravené zeminy vniknout kuželík o vrcholovém úhlu 30° a hmotě 76 g do hloubky přesně 10 mm. Hodnoty podle Vasiljeva se mírně liší od hodnot podle Atterberga. Směrné hodnoty konzistenčních mezí jsou:

hlína — $w_p = 20-25\%$; $w_t = 30-40\%$

jíl — $w_p = 20-30\%$; $w_t = 40-60\%$

Metody stanovení konzistenčních mezí jsou normovány takto:

ČSN 72 1105 — Mez vláčnosti zemín — laboratorní stanovení.

ČSN 72 1106 — Mez tekutosti zemín — laboratorní stanovení (normován způsob podle Vasiljeva; způsob podle Atterberga, dříve u nás obvyklý, se normou připouští — musí být zvlášť vyznačen).

Rozdíl mezi mezí tekutosti a vláčnosti udává tzv. index (číslo) plasticity IP ($IP = w_t - w_p$), který je charakteristickým znakem pro druh zeminy. Atterberg rozdělil podle IP zeminy do čtyř kategorií:

1. jíly — $IP > 17$,
2. hlíny — $IP = 7 \div 17$,
3. písčité hlíny — $IP = 1 \div 7$,
4. písky — $IP < 1$.

2.4 K základním charakteristikám zeminy přísluší pojmenování druhu zeminy, založené na její zrnitosti a též na velikosti indexu plasticity. V normě ČSN 72 1001 (Pojmenování a popis zemín) jsou uvedeny tyto definice:

Velikost zrna — číslo shodné s velikostí strany čtvercového oka kontrolního síta (v mm), jímž zrno ještě projde.

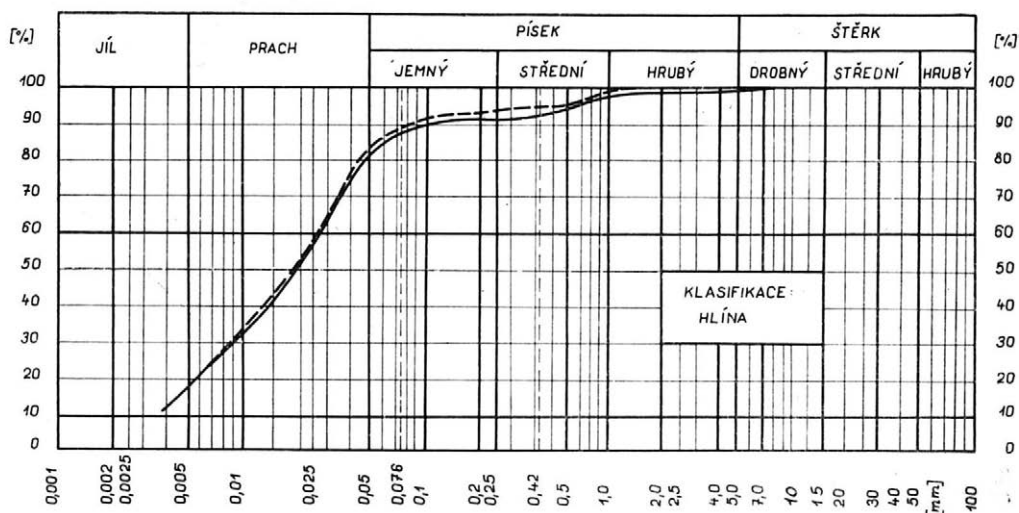
Podíl zrn — vytríděná část zeminy vymezená velikostí nejmenšího a největšího zrna obsaženého v této části.

Zrnitost zeminy — poměrná skladba zrn zeminy podle velikosti; je dána jednotlivými podíly zrn, vyjádřenými v procentu váhy celého uvažovaného vzorku zeminy po vysušení.

Zrnitost zeminy se stanoví některou z těchto metod [13]: usazováním, plavením a hlavně hustoměrem (podle Gilboy-Casagrande-Jürgenson). Výsledky je možno vynést do tzv. křivky (čáry) zrnitosti (obr. 2), kde na vodorovné logaritmické stupnici je vynesena velikost zrn a na svislé lineární stupnici obsah zrn v procentech celkové váhy vzorku. Pro každou velikost zrna pak křivka zrnitosti¹ udává podíl zrn menších než zvolená velikost.

Označení zrn podle velikosti používá názvů: jíl, prach, písek a popř. štěrk (tab. I). Zrna větší než 2 mm se označí přívlastkem označujícím jejich tvar (oválný, ostrohranný, plochý).

Druh zeminy má název vzniklý kombinací označení zrn: jíl, prach, písek — není-li zrn nad 2 mm více než 10 %. Zeminy, které obsahují v průměrné míře všechny tři složky



2. Křivka zrnitosti zeminy — hlína

zrn menších než 2 mm, se dále označují slovem hlína, hlinitý. Označení druhu zeminy uvádí trojúhelníkový diagram na obrázku 3, a to podle váhových podílů jílu ($< 0,005$ mm), prachu ($0,005 - 0,063$ mm) a písku ($0,063 - 2,0$ mm).

Doplňujícím údajem je index plasticity. Je-li $IP > 17$, jde vždy o jíl nebo jílovitou hlínu (oba druhy popř. písčité, je-li více než 30 % písku). Ostatní názvy uvedené v obrázku 3 tedy platí jen pro zeminy, jejichž $IP < 17$.

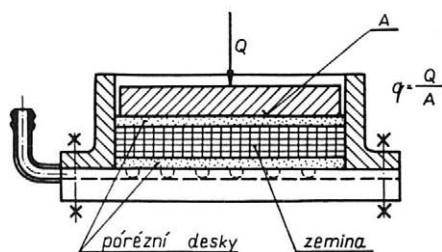
Původní třídění zemin u nás zavedl prof. ing. J. Kopecký z Vysoké školy zemědělského a lesního inženýrství v Praze a graficky je uspořádal dr. J. Spirhanzl. Tohoto třídění se doposud v půdoznalství používá, a proto je účelné ho uvést pro porovnání.

I. Označení zrn zeminy podle velikosti

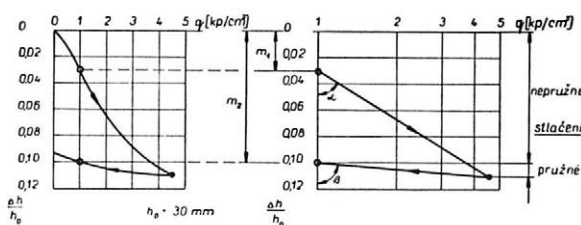
Velikost zrn — mm	Označení	
$< 0,005$	jíl	
$0,005 - 0,063^*)$	prach	
$0,063 - 0,250^{**})$	písek	jemný
$0,250 - 2,0$		střední
$2,0 - 4,0$		hrubý
$4 - 16$	štěrk	drobný
$16 - 63$		střední
$63 - 125$		hrubý

*) dříve $0,005 - 0,050$ mm

**) dříve od $0,050$ mm



5. Schéma oedometru



6. Charakter stlačitelnosti vzorku zeminy s původní výškou $h_0 = 30$ mm, změřené pomocí oedometru, v lineárních a semilogaritmických souřadnicích

v přímky. Poměr $\Delta h/h_0$ je roven poměrnému stlačení ε , jež pro $q \geq 1$ může být vyjádřeno takto:

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h_0} = m_1 + \frac{1}{\lg \alpha} \cdot \lg q = m_1 + \frac{1}{C} \cdot \lg q \quad (9)$$

Konstanta C se nazývá součinitelem stlačitelnosti. Přírůstek poměrného stlačení $\Delta \varepsilon$ při změně tlaku z q_1 na q_2 je roven:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \frac{1}{C} \cdot \lg \frac{q_2}{q_1}$$

Velmi malý přírůstek $d\varepsilon$ při změně tlaku z $q_1 = q$ na $q_2 = q + dq$ se vyjádří takto:

$$d\varepsilon = \frac{1}{C} \cdot \ln \left(1 + \frac{dq}{q} \right) \approx \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{q} \quad (10)$$

Porovnáním se známým Hookeovým vztahem:

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E}$$

zjišťujeme, že vlastnosti zeminy při stlačení mohou být charakterizovány poměrným modulem deformace (nikoliv modulem pružnosti jako u kovů) $E = C \cdot q$.

Odlehčení zeminy v oedometru je definováno vztahem:

$$\varepsilon = m_2 + \frac{1}{\lg \beta} \cdot \lg q = m_2 + \frac{1}{A} \cdot \lg q \quad (11)$$

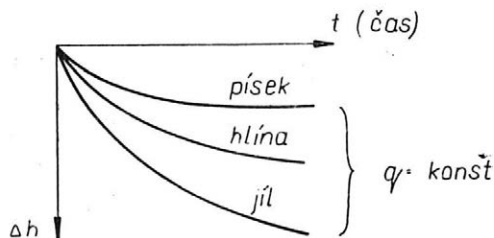
kde konstanta A se nazývá součinitelem vypružení

Vzhledem k tomu, že vztah mezi poměrným stlačením ε a číslem pórovitosti e má tvar (e_0 je pórovitost při $\varepsilon = 0$):

$$\varepsilon = \frac{e_0 - e}{1 + e_0}$$

může se změna čísla pórovitosti definovat rovnicí:

$$e = M - \frac{1}{N} \cdot \lg q \quad (12)$$



7. Závislost deformace zeminy na čase při neměnném kontaktním tlaku [13]

Změna pórovitosti n je určena vzhledem k rovnici (6') složitějším způsobem.

Pomocí oedometru se zjišťuje i časový průběh deformace (sesednutí) zeminy při neměnném vnějším tlaku. Jeho typické průběhy u písku, hlíny a jílu jsou podle literatury [13] znázorněny na obrázku 7. Sesedání vzorku, původně nasyceného vodou, souvisí s konsolidací. Zpočátku přenáší celé zatížení voda, která však porézními deskami oedometru postupně unáší, takže zrna vzorku se vtlačují do pórů v zemině a přenášejí stále větší díl zatížení. Stejný proces probíhá ve skutečné půdě venku.

3. TEORIE TVOŘENÍ STOPY

3.1 Otázky tvoření stopy jsou propracovány hlavně pro kola s tuhým obvodem. Řada poznatků je aplikovatelná přímo i na kola s pneumatikami. Výchozí rovnice této teorie udává vztah mezi středním kontaktním tlakem q (kp/cm^2) v zatížené ploše tělesa a mezi jeho zahloubením z (cm) vzhledem k povrchu půdního poloprostoru s homogenní a izotropní náplní:

$$q = k \cdot z^n \quad (\text{kp}/\text{cm}^2) \quad (13)$$

Vzhledem k tomu, že exponent n může nabývat různých hodnot, má součinitel k proměnný rozměr ($\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2-n}$). Rovnice (13) má dlouhou historii. Různí badatelé používali tyto velikosti exponentu:

Gerstner (1813), Grandvoinet (1876)	$n = 1$,
Bernstein (1913)	$n = 0,5$,
Letošněv (1929)	$n = \text{variabilní}$.

Ve třicátých letech prokázali sovětské odborníci při sledování průjezdnosti vozidel hlinitými cestami ukrajinské stepi, např. prof. A. K. Birulja [12, 17], závislost exponentu n na stupni plasticity půdy, tj. v podstatě na její vlhkosti. Hodnota $n = 1$ přísluší pevné půdě, $n = 0,5$ měkké plasticke půdě a $n = 0$ kašovitému stavu půdy (viz stať 2.1).

V sovětské literatuře o průjezdnosti vozidel terénem [12] se stav zeminy posuzuje podle relativní vlhkosti w' vzhledem k mezi tekutosti w_t (je označována symbolem F na rozdíl od meze vláčnosti A):

$$w' = \frac{w}{w_t}$$

Např. u písčitých hlín či hlín bývá relativní mez vláčnosti $w'_p = 55\%$ a relativní index plasticity $IP' = IP/w_t = 45\%$ (w'_t je pochopitelně rovno 100%). Podle relativní vlhkosti se rozeznává stav zeminy, např. u písčité hlíny: pevná do $w' = 55\%$, plasticke tuhá do $w' = 75\%$, plasticke měkká do $w' = 100\%$, kašovitá při $w' > 100\%$. Zkouškami s vozidly bylo např. prokázáno, že při $w' = 40$ až 65% nastává stlačování půdy kolem, zatímco při $w' > 65\%$ vytlačuje již kolo půdu po stranách stopy nahoru a vytváří boční hřeby.

Další zpřesnění uvedla v r. 1958 V. I. Biruljová [12, 18], která na základě experimentů navrhla pro černozem druhu jílovitá hlína písčité některé empirické vztahy. Tzv. ukazatel pevnosti zeminy I :

$$I = \frac{1}{\gamma_s^F} \cdot \frac{\gamma_s}{(w')^3} = \frac{1 + \gamma_z \cdot w_t}{\gamma_z} \cdot \frac{\gamma_s}{(w')^3} \quad (14)$$

(kde γ_s^F je objemová hmota suché zeminy na mezi tekutosti) je číselně roven součiniteli k z rovnice (13) při relativní vlhkosti $w' \geq 65\%$. Exponent n může být za stanovených podmínek vypočten ze vztahu:

$$n = \frac{\gamma_s}{\gamma_z - \gamma_s} \cdot (1 - w') \quad (15)$$

Součinitel k má podle některých autorů záviset i od tvaru zatěžující plochy. Bernstein [19] např. uvažoval v r. 1913 závislost součinitele k na šířce b dosedací plochy:

$$k = \frac{a_1}{b} + a_2 \quad (16)$$

V r. 1947 navrhl Bekker [15] podle mechaniky zemin podobný vztah, v němž tento součinitel závisí na soudržnosti půdy — člen k_c , na vnitřním tření v půdě — k_ϕ a na šířce dosedací plochy b :

$$k = \frac{k_c}{b} + k_\phi \quad (17)$$

Uvážíme-li, že součinitel k by mohl být vyjádřen vztahy (14) nebo (16), popř. (17), vidíme, že bude třeba vykonat dosti práce i v tak zdánlivě nesložité otázce, jako je boření tělesa do půdy. Bekkerův vztah snad započítává jak mechanické vlastnosti půdy (k_c i k_ϕ jsou závislé na vlhkosti), tak i rozměr dosedací plochy; je mu někdy vytýkán proměnlivý rozměr součinitele k při změně exponentu n .

Klasický způsob výpočtu hloubky stopy vytvořené kolem (obr. 8) vychází z podmínky rovnováhy ve svislém směru:

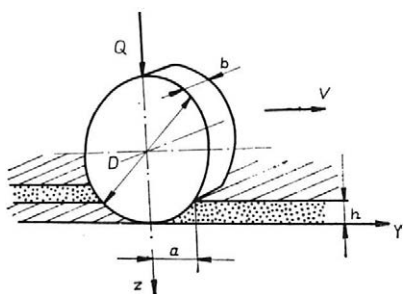
$$Q = \int_0^a q \cdot b \cdot dy = k \cdot b \cdot \int_0^a z^n \cdot dy$$

který s použitím přibližného vztahu: $y^2 = D \cdot z$, popř. $a^2 = h \cdot D$, platného pro malé zahloubení vzhledem k průměru kola, vede ke konečné rovnici:

$$h = \sqrt[2n+1]{\frac{1}{D} \cdot \left[\frac{3Q}{(3-n) \cdot k \cdot b} \right]^2} \quad (18)$$

Je ovšem známo, že hloubka stopy je závislá též na rychlosti pohybu vozidla. Zemina potřebuje určitý čas ke své úplné deformaci (viz obr. 7), takže čím je rychlost větší, tím bude stopa mělká. Názorně to ukazuje obrázek 9 pro rychlosti 5 a 9 km/h podle literatury [12].

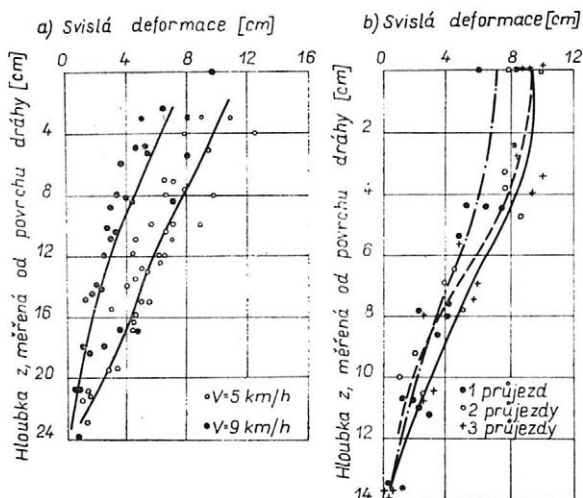
Způsob výpočtu hloubky stopy s ohledem na experimentálně zjištěné vlastnosti půdy, velikost a zatížení kola a na jeho rychlost vytvořil prof. V. F. Babkov [12]. Protože výpočet je obtížný a vyžaduje, aby se předem vypočetl a vynesl průběh svislého napětí pod kolem (obr. 10), ukážeme jen na hlavní zásady řešení a příklad výsledku.



8. Schéma kola k odvození rovnice pro jeho zahloubení

9. Svislé deformace půdy pod předním kolem, měřené od povrchu půdy [12]

a) Při různé rychlosti, b) po jednom až třech průjezdech

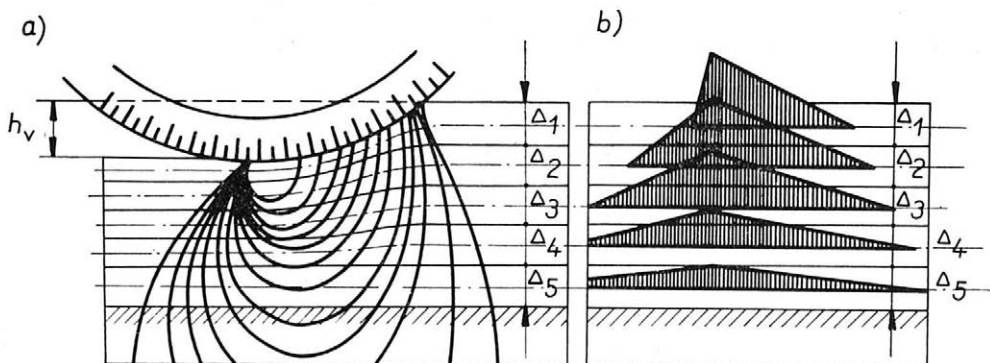


Výchozí rovnice je kombinovaný vztah mezi poměrným stlačením zeminy v čase t a mezi kontaktním tlakem q :

$$\varepsilon_t = \frac{t}{t+s} \cdot \varepsilon_p = \frac{t}{t+s} \cdot \frac{f \cdot q}{q+u} \quad (19)$$

Součinitelé s , t , u se zjistí měření. Druhý člen rovnice ε_p znamená poměrné stlačení v nekonečném čase, tj. po úplné konsolidaci zeminy (viz obr. 7); je-li navíc nekonečně velký tlak q , stlačí se jednotková vrstva o míru f . Výraz pro ε_p je v podstatě alternativním matematickým vyjádřením deformace vrstvy zeminy v oedometru (viz stať 2.6).

K dispozici musí být předem vypočtený průběh svislých napětí v půdě (viz část 4), který je schematicky znázorněn na obrázku 10a. Zvolí se určitá hloubka stopy h_p . Tloušťka kypré (deformovatelné) zeminy před najetím kola (obr. 10a — vpravo) se rozdělí na několik vrstev — na obrázku je jich zvoleno pět. Potom se odhadne rozdělení výšek těchto vrstev po přejezdu kola (obr. 10a — vlevo). Pomocí obrázku 10a se zjistí průběh svislého



10. Způsob výpočtu hloubky stopy [12]

a) Izobary svislých napětí, b) tlaková napětí v různých hloubkách

napětí podél střední čáry v každé vrstvě a vynese do obrázku 10b. Zakřivený průběh svislého napětí se zjednoduší na přímkový, přičemž maximální velikost napětí zůstane stejná.

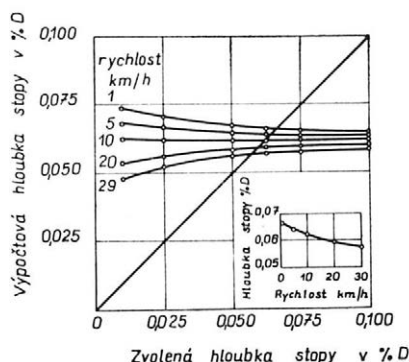
Obrázce tlakového zatížení na obrázku 10b určují charakter zatěžování každé z pěti zvolených vrstev co do rychlosti narůstání tlaku (čas $t = x/v$, kde x je úsečka měřená odprava tlakového obrazce a v je rychlost pohybu kola), hodnoty maximálního tlaku a způsob odlehčování (klesající část tlakového obrazce od maxima směrem doleva). Uvažuje se, že určité místo v některé vrstvě je stlačováno pouze tlakem nad tímto místem a že změna tlaku souvisí s pohybem kola. Jde v podstatě o analogii s myšlenou zkouškou vrstev zeminy o stejné tloušťce vrstvy v oedometru, pro kterou je předepsán časový přírůstek tlaku, maximální tlak a časový průběh odlehčení. O takovéto analogii se však prof. Babkov nezmiňuje.

Pomocí vztahu (19) příslušně upraveného [12] se vypočte největší poměrné stlačení každé vrstvy. Součet celkových stlačení všech vrstev určuje vypočtenou hloubku stopy. Takto vypočtená hloubka h_p asi nebude souhlasit se zvolenou h_v , avšak teprve stejná velikost vypočtené a zvolené hloubky stopy určuje konečné správné řešení. Proto je nutno celý výpočet několikrát opakovat pro různé veliké zvolené hloubky stopy a při stejné rychlosti pohybu. Konečné grafické řešení podle obrázku 11 dává správný výsledek v průsečíku přímky $h_p = h_v$ s křivkou h_p pro jednu rychlost. Řešení na obrázku 11 platí pro toto zadání [12]: $D = 0,8$ m, $b = 0,14$ m, $Q = 700$ kp (viz obr. 8), $u = 1,5$, $t = 0,28$, $s = 0,005$ — což odpovídá rychle probíhající deformaci zeminy druhu hlína; tloušťka kypřé zeminy je 35 cm, tj. $0,45 D$.

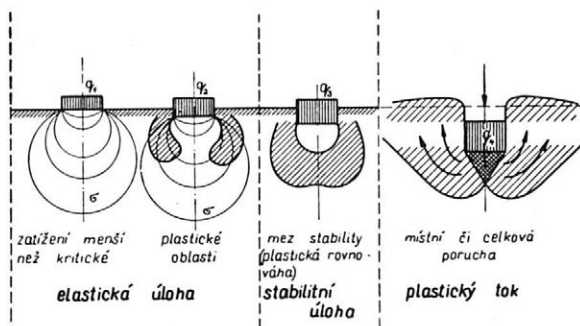
Výpočet navržený prof. Babkovem znamená logický přístup k úkolu teoreticky stanovit závislost mezi tvarem kola a výslednou deformací zeminy, z níž lze dále výpočtem zjistit i průběh pórovitosti či její objemové hmoty. Rovnice, podle nichž se má počítat poměrné stlačení, nejsou podle mého názoru ještě spolehlivě vypracovány, a proto nejsou uvedeny.

4. NAPJATOST A PŘETVOŘENÍ V PŮDĚ POD VNĚJŠÍM ZATÍŽENÍM

4.1 Způsob vlivu rovnoměrného zatížení proměnné velikosti na půdu (homogenní s izotropními vlastnostmi) je ukázán na obrázku 12. V každém případě je zatížením vyvoláno pole napjatosti, které je znázorněno jen u q_1 a q_2 pomocí izobar, spojujících místa se stejným napětím. Zatížení q_1 je poměrně malé, a proto nevyvolává plastické



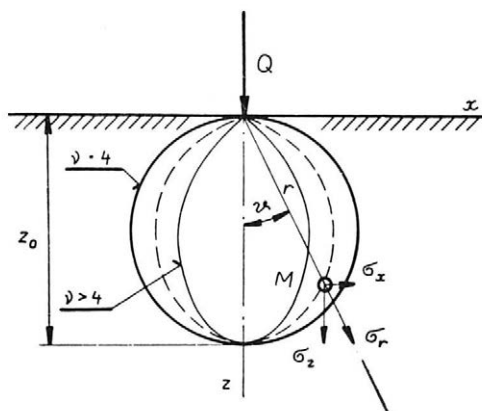
11. Grafický způsob řešení hloubky stopy pomocí obr. 10 [12]



12. Případy různého namáhání půdy vnějším zatížením

oblasti. Při tak zvaném kritickém zatížení se vytvoří pod kraji zatížení malé plastické oblasti, v nichž je překročena smyková pevnost půdy. Dalším zvětšováním zatížení na q_2 se plastické oblasti rozšiřují, až při zatížení q_3 dochází k meznímu stavu, kdy půda je schopna těleso ještě udržet. Při dalším zvětšení zatížení na q_4 je překročena únosnost půdy, zatížené těleso se propadá a vytlačuje po stranách půdu nahoru a do stran. To je případ poruchy půdy, při němž dochází k plastickému toku. Při zvětšování zatížení dochází k postupnému zabořování zatíženého tělesa do půdy a k jejímu ztuhnutí, jež však teorie nebere v úvahu. Další vývoje se budou týkat elastické úlohy.

Základní práci v této oblasti mechaniky je práce J. Boussinesqa [20] z r. 1885, který odvodil rovnice pro napětí a přetvoření v pružném poloprostoru pro některé řešitelné případy zatížení. Pro výpočet zemin upravil teorii např. O. K. Fröhlich [21] v r. 1934, který zavedl součinitel koncentrace napětí, jenž má lépe vystihnout skutečné poměry v různých druzích zeminy, a řešil kritické zatížení. Jeho práce byla východiskem pro W. Söhneho při výpočtu napětí pod traktorovými koly v r. 1953 [22].



13. Napětí v poloprostoru se zeminou od osamělé síly

Důležitým výchozím případem je zatížení zeminy svislou osamělou silou. Z Boussinesqových rovnic vyplývá, že pro Poissonovu konstantu $m = 2$ (nestlačitelná látka) se tlakové napětí šíří od zdroje paprskovitě do všech směrů jakožto jediné hlavní napětí (obr. 13), a ubývá ho se čtvrcem vzdálenosti. Již v r. 1900 dokázal J. H. Michell (Anglie), že výsledky jsou dobře platny pro $m = 2-4$. Pokud lze u zemin mluvit o této konstantě, uvádí A. Myslivec [13] tyto její hodnoty: sypké zeminy — 3, soudržné zeminy — 2,5. Aplikace jednoduchého případu ($m = 2$) na zeminy je tedy možná. Příslušná rovnice zní:

$$\sigma_r = \frac{3Q}{2\pi \cdot r^2} \cdot \cos \vartheta \quad (20)$$

O. K. Fröhlich [21] zavedl, jak již bylo řečeno, poloempirický součinitel koncentrace ν , jehož velikost závisí na druhu zeminy. A. Myslivec [13] uvádí z literatury pro písčité půdy $\nu = 4-6$, pro jíly $\nu = 3$, ovšem bez bližšího určení jejího stavu. Snad by toto určení ani nebylo reálné. Při $\nu = 3$ se zobecněné rovnice Fröhliche shodují s rovnicemi Boussinesqa, jak je tomu např. u zatížení podle obrázku 13:

$$\sigma_r = \frac{\nu \cdot Q}{2\pi \cdot r^2} \cdot \cos^{\nu-2} \vartheta \quad (21)$$

Sílu vyvolanou napětím σ_r v bodě M lze rozložit na vodorovnou a svislou složku a z nich zpětně určit složková napětí v těchto dvou směrech včetně smykového napětí $\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_y$:

$$\sigma_x = \sigma_r \sin^2 \vartheta; \sigma_z = \sigma_r \cdot \cos^2 \vartheta; \tau_y = \sigma_r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \quad (22)$$

Zavedením hloubky z_0 a pomocí rovnice (21) se obdrží vztah pro izobaru napětí σ_r (viz obr. 13):

$$r^2 = z_0^2 \cdot \cos^{\nu-2} \vartheta \quad (23)$$

Pro $\nu = 4$ jsou izobary zřejmě kružnice s pólem ve zdroji napětí, jež mají v polárních souřadnicích rovnici $r = z_0 \cdot \cos \vartheta$.

Je třeba poznamenat, že celkové napětí σ_c v určitém bodě poloprostoru se skládá z napětí σ_r , vyvolaného zatížením, a z tlaku od hmoty zeminy $\gamma \cdot z$ nad tímto místem, který jako hydraulický tlak v kapalině působí všemi směry:

$$\sigma_c = \sigma_r + \gamma \cdot z \quad (24)$$

Výpočet napětí pro osamělou sílu je možno aplikovat i u výpočtu pro plošné zatížení libovolného tvaru. Celková plocha A se rozdělí na malé plošky ΔA , v nichž působí osamělé síly $\Delta Q = q \cdot \Delta A$ (obr. 14). V některém bodě M poloprostoru pak působí v různých směrech radiální napětí σ_r od všech sil ΔQ .

Nalezení výsledných hlavních napětí $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ je dost obtížný úkol. Pokusím se naznačit způsob řešení v pravouhlých souřadnicích.

Zásadou tohoto způsobu je rozložení každého vektoru σ_{ri} do šesti složkových napětí $\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \sigma_{zi}, \tau_{xi}, \tau_{yi}, \tau_{zi}$ ve směrech souřadných os (obr. 14); např. symbolem τ_{zi} je označena velikost dvou sdružených smykových napětí $(\tau_{xy})_i = (\tau_{yx})_i$, působících v osách x a y , tj. kolmo na osu z . Tyto složky od všech vektorů σ_{ri} lze mezi sebou algebraicky sečíst a z výsledných vektorů $\sigma_x = \sum \sigma_{xi}$ atd. vypočítat tři hledaná hlavní napětí.

K výpočtu je nutno sestavit šest rovnic pro hledaných šest neznámých. Za známé hodnoty se považují napětí σ_{ri} a směrové úhly $\alpha_i, \beta_i, \vartheta_i$. Součet čtverců kosinů těchto směrových úhlů je roven jedné. První tři rovnice určují přímo složky napětí ve směrech souřadných os:

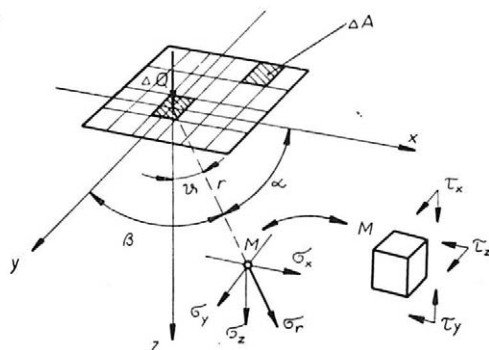
$$\sigma_{xi} = \sigma_{ri} \cdot \cos^2 \alpha_i; \quad \sigma_{yi} = \sigma_{ri} \cdot \cos^2 \beta_i; \quad \sigma_{zi} = \sigma_{ri} \cdot \cos^2 \vartheta_i \quad (25)$$

Z dalších tří rovnic se určí smyková napětí:

$$\begin{aligned} (2 \cos \beta_i \cdot \cos \vartheta_i) \cdot \tau_{xi} + (2 \cos \vartheta_i \cdot \cos \alpha_i) \cdot \tau_{yi} + (2 \cos \alpha_i \cdot \cos \beta_i) \cdot \tau_{zi} = \\ = \sigma_{ri} \cdot (1 - \cos^4 \alpha_i - \cos^4 \beta_i - \cos^4 \vartheta_i) \\ \cos \vartheta_i \cdot \tau_{yi} + \cos \beta_i \cdot \tau_{zi} = \sigma_{ri} (\cos \alpha_i - \cos^3 \alpha_i) \\ \cos \vartheta_i \cdot \tau_{xi} + \cos \alpha_i \cdot \tau_{zi} = \sigma_{ri} (\cos \beta_i - \cos^3 \beta_i) \end{aligned} \quad (26)$$

Všechna složková napětí stejného druhu od všech sil ΔQ se sečtou a obdrží se tak vektory $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z$. Z nich se vypočítají hlavní napětí $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ v bodě M jako tři kořeny algebraické rovnice třetího řádu:

$$\begin{aligned} \sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \cdot \sigma^2 + (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_x^2 - \tau_y^2 - \tau_z^2) \cdot \sigma - \\ - (\sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_x \tau_y \tau_z - \sigma_x \tau_x^2 - \sigma_y \tau_y^2 - \sigma_z \tau_z^2) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$



14. Řešení napjatosti pod plochou libovolně zatíženou jako soustavy osamělých sil ΔQ

Je-li žádáno pouze řešení svislých napětí, je celý výpočet mnohem jednodušší, protože mezi σ_{ri} a σ_{zi} platí již uvedený vztah $\sigma_{zi} = \sigma_{ri} \cdot \cos^2 \theta$. Výsledné napětí σ_z je rovno součtu $\Sigma \sigma_{zi}$.

Nahrazením rovnoměrného zatížení q osamělými silami na malých ploškách obdélníkového tvaru o rozměrech stran a, b ($a > b$) se podle Gilboye dopouštíme při výpočtu svislého napětí těchto chyb:

hloubka $z \geq 2a$. . . chyba 6 %,

hloubka $z \geq 3a$. . . 3 %

hloubka $z \geq 4a$. . . 2 %.

S ohledem na žádanou přesnost výpočtu a minimální hloubku, v níž má být zjištěno napětí, se podle uvedeného pravidla musí volit nejvýše přípustné rozměry elementárních plošek.

Vývodů O. K. Fröhliche pro zatížení zeminy osamělou silou použil k výpočtu napjatosti pod traktorovými koly s pneumatikami poprvé W. Söhne [4, 22] po roce 1950. Jeho cenné teoretické práce se staly podkladem k dalšímu zkoumání otázek napjatosti. Söhne zdůvodňuje podle Fröhliche zavedení koncentračního faktoru ν tím, že tlakové napětí v půdě má tendenci koncentrovat pod osou zatížení vzhledem k dostředným tečným napětím v dosedací ploše pneumatiky, ke zvyšování modulu deformace s hloubkou (rovnice 11) a vzhledem ke vzniku plastických oblastí na kraji dosedací plochy pneumatiky. Tato koncentrace se zvětšuje při vyšší vlhkosti půdy a u sypkých půd jako je např. písek. S možností koncentrace tlaku lze souhlasit.

Přes různé experimenty nebyla však kvantitativní stránka problému vyřešena. Söhne např. volil koncentrační faktor podle vlhkosti a stupně plasticity půdy (zeminy) při třech případech:

a) půda ulehlá, tvrdá, suchá, soudržná. $\nu = 4$

b) písčité jíl, normálně vlhký, dosti ulehlý. $\nu = 5$

c) plastická půda nasycená vodou $\nu = 6$

Ve své práci [4], uveřejněné v USA v r. 1958, Söhne uvádí, že jeho výpočty a obrázky mají hlavně za účel poskytnout vizuální představu, avšak vzhledem k heterogenitě půdy nedávají vždy přesné výsledky. Správnost předpokladů nebyla experimentálně potvrzena.

Další otázkou v Söhneho práci bylo experimentální stanovení rozměrů dosedací plochy pneumatiky a stanovení průběhu kontaktního tlaku, který je vnějším zatížením,

vyvolávajícím napětí v půdě. Tento průběh byl určen pomocí vztahu (13) $q = k \cdot z^n$ pro známé zaboření kola a aproximován dále uvedenou rovnicí (viz též obr. 15):

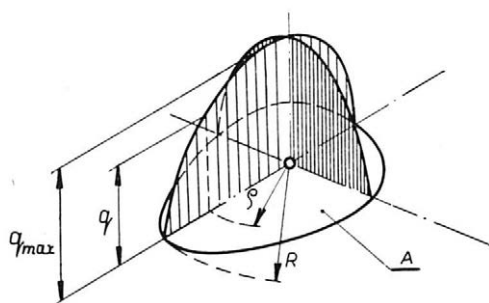
$$q = q_{\max} [1 - (z/R)^m] \quad (28)$$

Exponent m má určenou velikost pro tři případy stavu půdy:

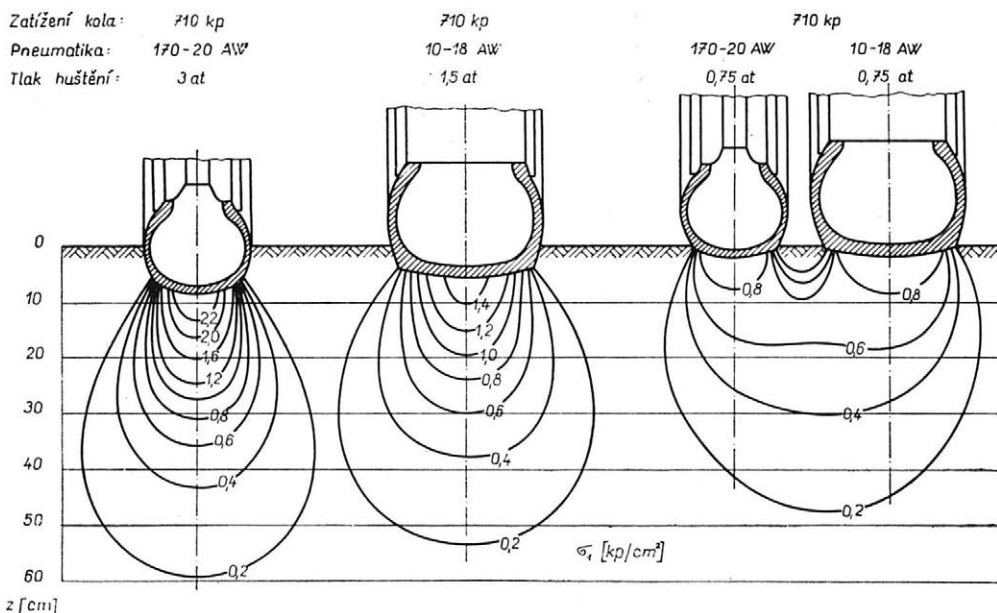
a) $m = 16$; $q_{\max} = 1,125 \cdot q_s$
(q_s = střední kontaktní tlak)

b) $m = 4$; $q_{\max} = 1,50 \cdot q_s$

c) $m = 2$; $q_{\max} = 2,0 \cdot q_s$



15. Průběh kontaktního tlaku v dosedací ploše pneumatiky [4]



16. Izobary většího hlavního napětí u jednoduchých a zdvojených pneumatik při $\nu = 5$ [15]

Je samozřejmé, že u těže pneumatiky se stejným zatížením je součet kontaktních tlaků pro celou dosedací plochu ve všech třech případech vždy stejný. Zdá se, že mezi předpoklady Söhneho a údaji některých sovětských autorů [12] je určitý rozdíl. Söhne totiž musí předpokládat, že při rostoucí vlhkosti půdy exponent n v rovnici (13) roste, zatímco sovětská autoři uvádějí opak.

Jako příklad svých výpočtů Söhne několikrát uvedl průběhy většího hlavního napětí při $\nu = 5$ u dvou jednoduchých pneumatik (170—20 AW, 10—18 AW) a v jejich zdvojené verzi. Tyto průběhy znázorňuje obrázek 16.

Uvedená řešení napjatosti se týkají příčného průřezu stopou a dávají možnost zjistit stav půdy po přejezdu traktoru. Má-li se vypočítat hloubka stopy s ohledem na rychlost jízdy, musí být řešena napjatost ve svislé rovině podél stopy. Touto otázkou se zabýval V. F. Babkov [12], který stanovil průběhy svislé σ_z a vodorovné σ_x složky napětí (tedy nikoliv hlavní napětí jako Söhne), avšak navíc uvažoval vliv hnacího momentu, který by obzvláště při velké hnací síle neměl být zanedbán i při ostatních řešeních. Babkov určil průběh kontaktního tlaku podle zahlobení kola (obr. 17) pomocí rovnice (13), a to ještě tím zjednodušením, že při malých hloubkách je možno tuto rovnici aproximovat výrazem $q = k_1 \cdot z$ (při větších hloubkách výrazem $q = k_2 \cdot z + k_3$). Napjatost je řešena opět nahrazením souvislého zatížení osamělými silami. Vliv hnacího momentu M_h je vyjádřen průběhem třecího napětí mezi kolem a půdou, jež závisí na součiniteli tření f a kontaktním tlaku q takto:

$$\tau = f \cdot q = f \cdot k \cdot z^n \doteq f \cdot k_1 \cdot z$$

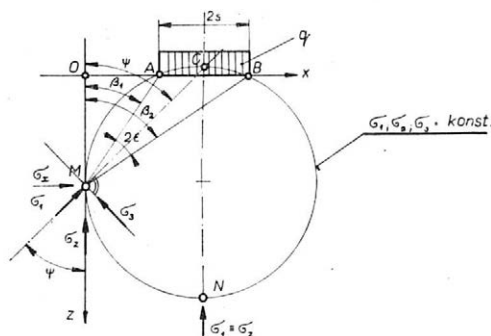
V elementárních ploškách $\triangle A$ na obvodu kola pak působí obvodové síly $\tau \cdot \triangle A$. Napětí σ_{rv} od osamělé vodorovné síly F je dáno výrazem:

$$\sigma_{rv} = \frac{\nu \cdot F}{2 \pi \cdot r^2} \cdot \sin^{\nu-2} \vartheta \quad (29)$$

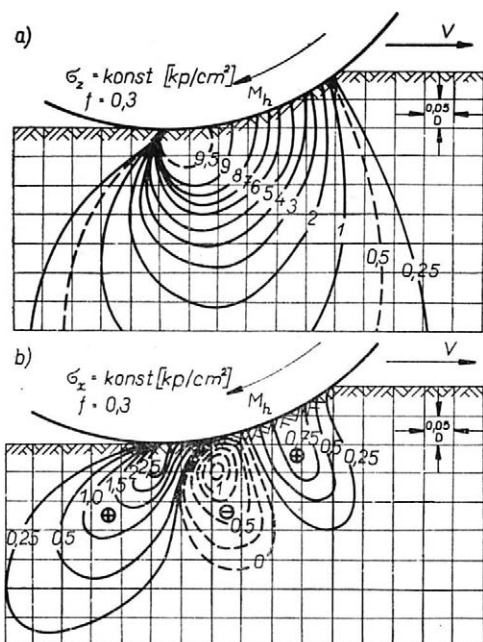
17. Izobary napětí v půdě při současném přenosu hnacího momentu [12]

a) Svislá složka napětí σ_z , b) vodorovná složka napětí σ_x

←



18. Napětí v poloprostoru od pásového rovnoměrného zatížení nekonečné délky



Případ na obrázku 17 je charakterizován těmito hodnotami: hloubka stopy $h = 0,1 D$; $f = 0,3$; $k_1 = 100/D$ (kp/cm^3) — rozměry a součinitele jsou vztaženy na průměr kola D . Babkov používá k výpočtu napětí součinitel koncentrace $\nu = 6$, o němž tvrdí, že je potvrzen řadou experimentálních prací [12]. Z průběhů σ_x je patrné, že mezi dvěma tlakovými oblastmi vzniká oblast namáhaná tahem, tj. provázená vznikem trhlin v půdě.

Mechanika zemin poskytuje řadu vzorců i pro jiné případy zatížení poloprostoru, z nichž některé mohou být použity pro vozidla. Je to např. jednoduchý Boussinesqův vzorec pro napětí v ose rovnoměrně zatížené kruhové desky [13, 14, 21], či vztah akademika Z. Bažanta pro svislou složku napětí v libovolném bodě poloprostoru pod obdélníkovým zatížením s libovolnými rozměry [13].

A. Grečenko vykonal v r. 1964 několik měření napětí pod traktorovými koly [24]. K získání obrazu napjatosti (v rovině kolmé na směr stopy) doporučuje aproximovat skutečné zatížení (viz obr. 15) nekonečným, popř. konečným pásovým zatížením. To je jednou z mála možností, jak vypočítat pole napětí podle naměřených hodnot bez jakýchkoliv dalších předpokladů, např. bez odhadu průběhu kontaktního tlaku.

Schéma napětí v bodě M poloprostoru, jež je vyvoláno rovnoměrným pásovým zatížením nekonečné délky, je pro součinitel koncentrace $\nu = 3$ znázorněno na obrázku 18 [21]. Z teorie plynou vztahy pro hlavní napětí (v jejichž rovinách nepůsobí smyková napětí):

$$\sigma_1 = \frac{q}{\pi} \cdot (2\varepsilon + \sin 2\varepsilon) - \text{větší hlavní napětí}$$

$$\sigma_3 = \frac{q}{\pi} \cdot (2\varepsilon - \sin 2\varepsilon) - \text{menší hlavní napětí} \quad (30)$$

$$\sigma_2 = \frac{q}{\pi} \cdot 2\varepsilon - \text{hlavní napětí ve směru stopy, kolmé na } \sigma_1 \text{ i } \sigma_3 (\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3)$$

Jelikož velikost všech těchto napětí závisí na vrcholovém úhlu ε , je geometrickým místem jejich konstantních hodnot kružnice, procházející body A, B, C, M . Napětí σ_1 vždy směřuje do bodu C . Měří-li se napětí σ_z v ose zatížení (např. bod N), obdrží se současně velikost hlavního napětí σ_1 . Plastické oblasti (viz obr. 12) vznikají při splnění podmínky [14]:

$$\sigma_1 = 2 \cdot c \cdot \sqrt{N_\phi} + (\sigma_3 + \gamma \cdot z) \cdot N_\phi - \gamma \cdot z \quad (31)$$

kde: $N_\phi = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2)$

c = koheze zeminy v kp/cm^2

φ = úhel vnitřního tření v zemině

Otázkou je, jaké jsou možnosti aproximace napětí. Budeme mluvit o skutečném zatížení a jeho modelu. Kdyby dvě zatížení dávala stejná napětí ve dvou bodech poloprostoru, vzdálených od sebe o konečnou vzdálenost, dávala by tato zatížení shodnou napjatost i v libovolném dalším bodě. Lze alespoň v řešitelných případech prokázat, že jedinou možnou dvojicí takových zatížení jsou zatížení identická, kdy skutečnost je totožná s modelem. Aproximační zatížení, které vyvolává přibližně stejnou napjatost jako skutečné v n bodech vhodně umístěných, přináší správné výsledky i v oblasti mezi těmito body a alespoň v jejich blízkém okolí. Správnost výsledků v této oblasti je tím pravděpodobnější, čím je n větší.

Jako příklad navržené metody budou uvedeny některé prozatímní výsledky měření a výpočtů napjatosti a přetváření v zemině pod pojezdějším ústrojím traktoru Z 3016, vybaveného gumotextilním polopásem [24, 7]. Traktor má hnací pneumatiky 11-28, přední pneumatiky 6,00-16 a tentýž rozměr plášťů u napínacích kol. Při měření traktor netáhnul, nýbrž nesl pluh o váze 200 kp, takže zatížení jedné zadní pneumatiky přibližně odpovídalo normální únosnosti pláště 11-28... 970 kp při huštění 1,0 at. Do speciálně upraveného měřicího prostoru byla umístěna tři tlakoměrná čidla (viz stať 5), a to v hloubkách 15, 25 a 35 cm v ose jedné stopy traktoru.

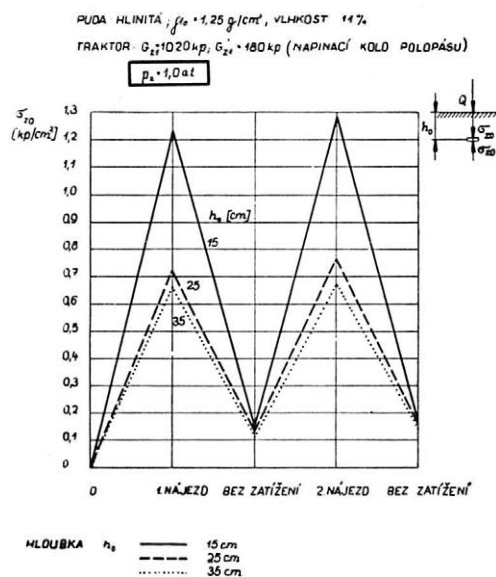
Zemina připravená v měřicím prostoru měla tyto průměrné hodnoty:

- objemová hmota $\gamma = 1,25 \text{ g/cm}^3$;
objemová hmota suché zeminy $\gamma_s = 1,12 \text{ g/cm}^3$;
specifická hmota zrn $\gamma_z = 2,61 \text{ g/cm}^3$;
($w = 11\%$, $n = 57\%$, $\zeta = 21,4\%$);
- konzistenční meze (Atterberg): vláčnost 22,6%, tekutost 38,4%, index plasticity $IP = 15,8\%$;
- druh zeminy podle ČSN 72 1001: hlína.

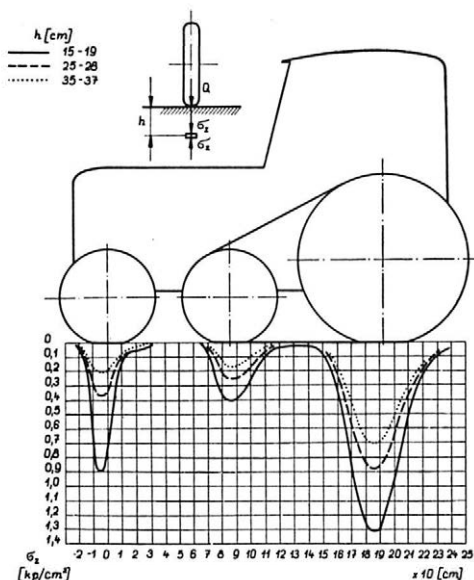
Na obrázku 19 je podle literatury [24] znázorněna největší velikost svislého napětí $\sigma_z = \sigma_1$, změřená ve třech hloubkách pod hnacím kolem při dvou následujících pomalých nájezdech. Mezi tlakovými špičkami skutečné napětí sice klesne na nulu (čidla nezaznamenávají složku $\gamma \cdot z$), ovšem čidla přenášejí malé zbytkové napětí, protože vlivem zhutněné zeminy se membrána čidla nemůže vrátit v krátké době do své původní polohy.

Na obrázku 20 je znázorněn průběh napětí σ_z , naměřených ve třech hloubkách při průjezdu traktoru rychlostí cca 5 km/h ve směru stopy. Maximální velikosti napětí pod hnacím kolem odpovídají výsledkům podle obrázku 19. Střed dosedací plochy polopásu půdu téměř nezatažuje.

Aproximační zatížení pro hnací kolo s polopásem (přední kolo) má hodnoty: délka: ∞ (∞); šířka: 18 (6) cm; $q = 2,04$ (2,80) at; $\nu = 3$ (3). Průběhy izobar většího hlavního napětí jsou vyneseny do obrázku 21. Jejich správnost je pravděpodobnější v prostoru kolem osy zatížení než mimo tento prostor (velké úhly ψ , viz obr. 18).

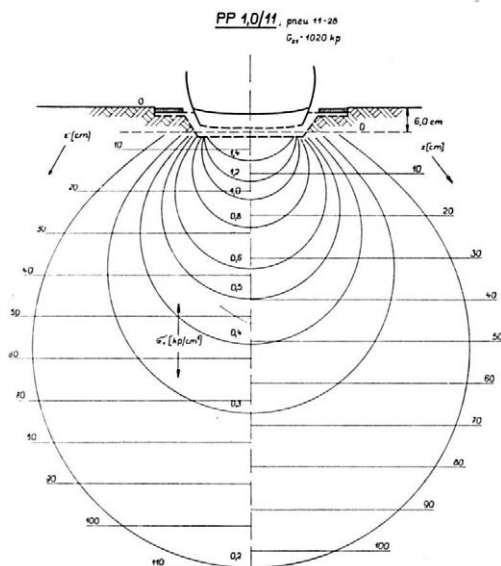


19. Hlavní napětí změřená ve třech hloubkách pod hnacím kolem traktoru Z 3016 (polopás) při dvou následujících nájezdech [24]

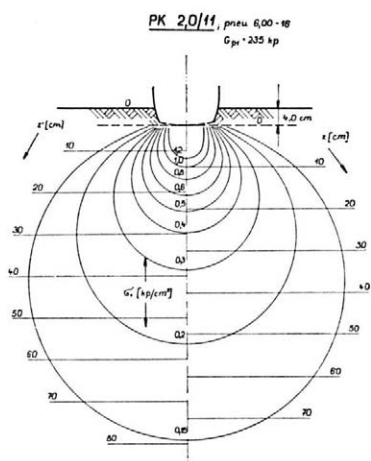


NAPJATOST V PŮDĚ PŘI PRŮJEZDU TRAKTORU
 ZETOR - PNEU 11-28, PP-1,0/11.

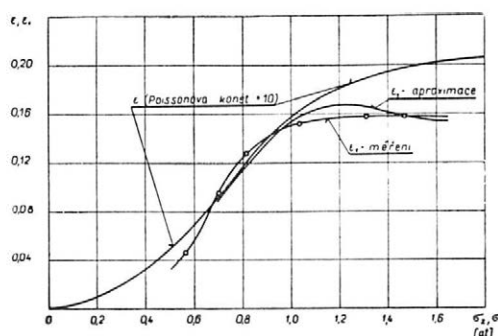
20. Průběh svislé složky napětí, změřený ve třech hloubkách při průjezdu traktoru Z 3016 s neseným pluhem [24]



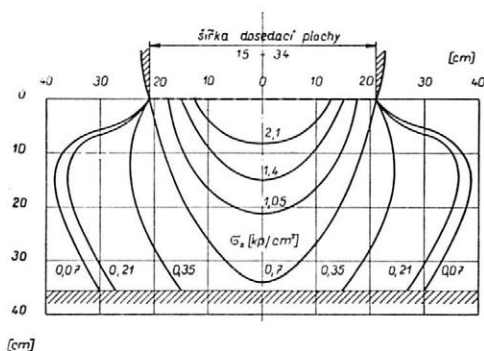
21. Izobary většího hlavního napětí (aproximace) pod hnacím kolem traktoru Z 3016 a předním kolem



Současně s napětím byly měřeny deformace půdy podle změny hloubky čidel. Zpracováním údajů byla u jmenovaného traktoru pod hnacím kolem získána závislost hlavního poměrného stlačení ε_1 (ve směru napětí σ_1) na hlavním napětí σ_1 (obr. 22). Toto poměrné stlačení vzniklo při současném působení všech hlavních napětí $\sigma_1, \sigma_3, \sigma_2$. Průběh křivky stlačitelnosti $\varepsilon = f(\sigma)$ při ideální jednoosé napjatosti je též na obrázku zakreslen. Průběhy $\varepsilon = f(\sigma)$ přibližně odpovídají měření stlačitelnosti v oedometru (obr. 6). Jsou-li v některém bodě poloprostoru známy velikosti tří hlavních napětí



22. Závislost poměrného stlačení na napětí pod hnacím kolem traktoru Z 3016



23. Izobary svislé složky napětí, naměřené pod kolem s pneumatikou 15—34 [26]. Údaje: zatížení jedné pneumatiky 2050 kp; tlak huštění 1,1 at; plocha styku 540 cm² (jen zuby); střední kontaktní tlak 3,8 at

a křivka stlačitelnosti, mohou být vypočítány charakteristické veličiny zeminy po zhutnění, např. poměrné objemové stlačení ε_v , objemová hmota γ (γ_s) a pórovitost n :

$$\varepsilon_v = 1 - (1 - \varepsilon_1) \cdot (1 - \varepsilon_2) \cdot (1 - \varepsilon_3) \doteq \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (32)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \varepsilon_v} ; \left(\gamma_s = \frac{\gamma_{s0}}{1 - \varepsilon_v} \right) \quad (33)$$

$$n = \frac{n_0 - \varepsilon_v}{1 - \varepsilon_v} \quad (34)$$

Indexy „nula“ jsou označeny hodnoty veličin před stlačením.

5. PROSTŘEDKY K MĚŘENÍ NAPĚTÍ A ZHUTNĚNÍ ZEMINY

První typ tenzometrického čidla, vhodného k měření napětí v zemině pod pojezdějším ústrojím traktoru, byl vyvinut v r. 1955, popsán v r. 1957 [25] a podle amerických autorů nazván „A-cell“ (tj. čidlo A). Čidlo je vhodné ke statickému i dynamickému měření. Má tvar nízké válcové krabice, jejíž horní základnou je membrána reagující na vnější tlak pouze v jednom zvoleném směru. Deformace membrány je snímána zevnitř tenzometry SR-4 typu A-18 (délka smyčky 3,2 mm, odpor 120 Ω , konstanta 1,73). Čidlo „A-cell“ měnilo vývojem své hlavní rozměry takto (průměr $\times$ výška):

1957 [25]...51 $\times$ 18 mm — 2 aktivní tenzometry

1959 [1]...51 $\times$ 13 mm — 4 aktivní tenzometry

Membrána čidla má tloušťku 0,635 mm a je vyrobena z nekorodující oceli.

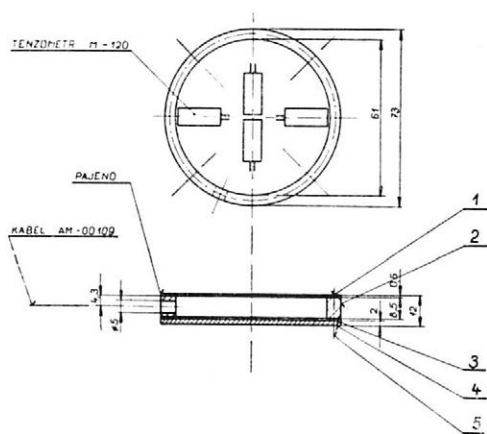
Čidly byla např. v r. 1955 změřena svislá napětí pod traktorem s hnacími pneumatikami 15-34 na písčité hlíně, jež byla navedena a uvalčována ve vrstvě cca 36 cm na betonový podklad [26], (obr. 23). Ve styku s podložkou byly jen zuby pneumatiky. Ve stejné hloubce napříč průjezdu traktoru bylo rozestaveno vždy šest čidel v roztečích po 12 cm. Tato hloubka byla po průjezdu změněna. Naměřené údaje jsou zajímavé, i když svislá napětí jsou obecně nižší než některá z hlavních napětí.

Z vývoje čidla „A-cell“ je patrna tendence ke snížení čidla a zvýšení jeho citlivosti vestavěním úplného můstku se všemi aktivními tenzometry. Dosažení co nejnížší výšky pláště, jež způsobuje nežádanou koncentraci tlaku na membráně, je důležitější než zmenšení průměru základny. Malý průměr základny sice zmenšuje rozdíl mezi velikostí čidla a teoretického bodu, avšak údaj čidla je příliš citlivý na větší zrna zeminy.

Aktivní tenzometry se na vnitřek membrány umísťují obvykle ke snímání radiálních napětí, která pak mají tahovou špičku uprostřed membrány a tlakovou špičku na jejím obvodu. Nulové napětí u vetknuté membrány je v kružnici vzdálené od středu o 57,8 % jejího poloměru. Proto bývají dva tenzometry nalepeny co nejbližší středu a dva tenzometry blízko obvodu tak, aby nepřesáhly kružnici nulového napětí.

Uvedených poznatků a zásad bylo využito při konstrukci čidla G, znázorněného na obrázku 24 [24]. Jeho rozměry jsou limitovány velikostí použitých tenzometrů Mikrotechna M 120 (délka smyčky 8 mm, odpor 120 Ω , konstanta 2,1) na průměr 73 mm a výšku cca 12 mm. Na membráně čidla o tloušťce 0,50 mm jsou zevnitř nalepeny čtyři aktivní tenzometry. Rozlišovaná schopnost dynamické soustavy čidlo—můstek TDA 3—oscilograf RFT 3SO je řádově 0,02—0,04 at, maximálně měřitelný tlak je 2 at.

Určitý problém je s cejchováním čidel, má-li se laboratorně stanovit spolehlivá závislost mezi rozvážením tenzomůstku a skutečnou velikostí napětí v zemině při měření na poli. Rovnoměrný tlak na membránu čidla, který je očekáván i v zemině u nízkého čidla, lze uskutečnit jen kapalinou nebo plynem. Proto bylo čidlo „A-cell“ cejchováno tlakem vody, vyvo-



24. Tlakoměrné čidlo typu G pro tenzometry M 120 [24]

1 — membrána 0,6 mm; 2 — plášť; 3 — těsnění 1 mm; 4 — víčko 2 mm; 5 — šroub M-3 $\times$ 5 mm

zeným pístem se závažími (a kontrolně v krabici se zeminou) [25], zatímco čidlo G ve zvláštním přípravku stlačeným vzduchem [24]. Takto obdržená cejchovní čára je u „A-cell“ lineární do 2,8 at, u čidla G lineární do 1,0 at s mírným zakřivením do 2,0 at. Čidlo G je citlivější. Teoreticky by bylo správné cejchovat čidlo ve vrstvě zeminy. Zde se však naráží na nepřesnost vlivem koncentrace tlaku pod zatěžujícím pístem. Doc. P. Tyc např. u čidla G i jiných druhů čidel [27] zjistil, že laboratorní cejchovní křivka při použití sypkého prostředí (písek, sádra) je závislá na druhu zeminy, na výšce vrstvy pod a nad čidlem a na pravidelnosti nasypání zeminy. Na základě zkoušek došel k názoru, že reprodukovatelný způsob cejchování může být vzduchem (vodou) či v zemině zatěžované tlakem vzduchu. Poslední možnost cejchování ještě nebyla ověřena.

Pomocí nízkých tenzometrických čidel se však nezměří pouze napětí, nýbrž sou-

časné i deformace půdy ve směru tohoto napětí, je-li známa poloha čidla před pokusem a po pokusu.

Stlačování zeminy měřil laboratorně W. Söhne [4, 22, 23] souběžně s dříve uvedenými výpočty napjatosti. Ke třem druhům měření použil jednoduchého zařízení:

- a) statická zkouška stlačitelnosti — válec o průměru 280 mm a výšce 160 mm, píšť stlačující celou vnitřní plochu;
- b) zkouška stlačitelnosti spojená s hnětením — válec o průměru 100 mm s píštěm, který vyplňuje pouze čtvrtinu vnitřní plochy, stlačování náplně zeminy na čtyři zdvihy píště;
- c) zkouška plastického toku — válec o průměru 280 mm s píštěm o průměru 175 mm, který je veden souose s válcem, takže zemina má možnost téci nahoru.

Všechny tři zkoušky jsou neodvodňené.

Na obrázku 25 je podle literatury [4] znázorněn zpracovaný výsledek zkoušky a) pro hlinitý jíl. Údaje charakterizující stlačitelnost jsou pórovitost n a objemová hmotnost suché zeminy γ_s . Citlivost zeminy ke stlačení (podle obr. 25) prudce roste s vlhkostí: ke stlačení na pórovitost 42 % je při vlhkosti $w = 6\%$ zapotřebí tlaku $q = 11,2$ at, při $w = 16\%$ tlaku $q = 2,8$ at, při $w = 26\%$ tlaku q pouze 0,35 at.

Výsledky zkoušky b) se při obvyklých tlacích příliš neliší od výsledků zkoušky a).

Podobné závěry o vlivu vlhkosti u hlinitého jílu byly učiněny pomocí zkoušky c), která do jisté míry charakterizuje vytváření stopy traktorovým kolem. Došlo-li k určitému zaboření píště do zeminy s vlhkostí 22 % vlivem tlaku 100 %, pak stejné zaboření bylo vyvoláno tlakem 53 % při $w = 6\%$, avšak pouze tlakem 14 % při $w = 26\%$.

V terénu je nutno zjišťovat průběh zhutnění v určitém průřezu půdy. I když by bylo možno vyvinout zvláštní sondovací zařízení, doporučují odborníci zeminu spíše odkrývat postupně a používat standardních odměrných kroužků s obsahem cca 100 cm³. Toto sondování neporuší stav zeminy a umožňuje v laboratorii stanovení tří základních veličin: γ , γ_s , γ_z .

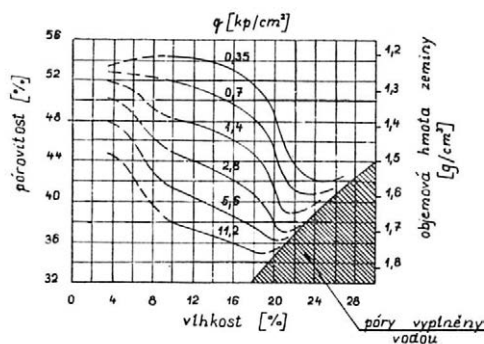
K ověření podmínek a reprodukovatelnosti pokusu je vhodné použít přibližných rychlých metod. Vlhkost lze např. určit zkouškou karbidem vápníku v tlakové nádobě. K ověření stavu zeminy v průřezu půdy před a po pokusu je možno použít vpichovacího registračního penetrometru.

Pro úplnost ještě zmínka, že deformace v půdě lze zviditelnit např. metodou vytvoření mříže z bílého materiálu v zemině a vykopáním svislé sondy po průřezu. Z deformací mříže lze určit směry hlavních napětí. Tato metoda je však více pracná než užitelná.

Z Á V Ě R

Škodlivé stlačování půdy zemědělskými mechanizačními prostředky lze omezit v zásadě dvojím způsobem:

- a) snížením tlaku kol, pásů a nářadí na půdu,
- b) snížením množství přejezdů, tj. provozu na poli.



25. Statická stlačitelnost hlinitého jílu — neodvodňená zkouška [4]

Předkládaná práce se vztahuje k prvnímu způsobu, kterým lze omezit stlačování půdy např. traktorovými koly.

Především je nutno znát, jak velké stlačení poškozuje půdu. Dále je třeba zjistit souvislost mezi zatížením od traktorového kola, napětím v půdě a jejím zhutněním. Kombinací obou těchto poznatků lze stanovit, jaký rozměr pneumatiky a při kterém zatížení poškozuje půdu, či opačně, jaké mají být pneumatiky a jak zatíženy, aby půda nebyla poškozována.

Řada prací se již těmito otázkami zabývala a mnohé z nich jsou vyřešeny. V obecnější formě však problém ještě vyřešen nebyl, a to z těchto hlavních důvodů:

- a) vlastnosti půdy jsou velmi proměnné co do místa a času,
- b) řešení je po teoretické i experimentální stránce velmi náročné.

Při řešení otázky stlačení půdy lze mnoho poznatků převzít z mechaniky zemin, která je již propracovanou vědou. Jde především o fyzikálně technické vlastnosti zemin a o řešení napjatosti a deformace, způsobené různým zatížením při různých podmínkách. Poznatky mechaniky zemin však musí být přebírány kriticky, neboť je značný rozdíl mezi rozměry zatížení a způsobem zatěžování půdy u staveb a mobilních prostředků.

Při pokusech týkajících se zhutňování půdy je nutno stanovit základní vlastnosti půdy (zeminy): objemovou hmotu zeminy, objemovou hmotu suché zeminy a specifickou hmotu zrn. Z nich je možno určit pórovitost, vlhkost a stupeň nasycení vodou. Dále je třeba stanovit konzistenční meze, index plasticity a pojmenování druhu zeminy.

Některé doposud publikované práce o napjatosti pod traktorovými koly byly zaměřeny jedním z těchto směrů:

a) „Jen výpočet“. Velmi dokonalým způsobem byl počtářsky zjišťován průběh hlavního napětí, přičemž průběh kontaktního tlaku a charakter koncentrace napětí nebyly ověřeny experimentálně.

b) „Jen měření“. Bylo měřeno svislé napětí v mnoha místech poloprostoru, avšak chybělo další početní zpracování výsledků na hlavní napětí a deformaci.

Má-li být cílem práce nalezení vztahů mezi velikostí a zatížením kola na jedné straně a zhutněním půdy na straně druhé, je vhodné kombinovat měření s teoretickým zpracováním. Proto autor navrhuje třetí metodu, která je charakterizována takto: racionálním způsobem změřit napětí a současně deformaci v zemině, nalézt aproximační zatížení a vypočítat pravděpodobné průběhy hlavních napětí, zjistit a vhodně zpracovat závislost poměrného stlačení na napětí. Z těchto podkladů lze zjistit poměrné objemové stlačení a konečně pórovitost a objemovou hmotu (suché) zeminy po stlačení. Tyto veličiny je nutno ověřit přímým měřením a tak prokázat platnost výpočtů.

Došlo dne 1. 7. 1966

Literatura

1. Cooper, A. W. - Nichols, M. L.: Some observations on soil compaction tests. *Agricultural Engineering* 1959, č. 5. — 2. Domsch, M.: Několik poznatků o pneumatikách v zemědělství. *Zemědělská technika* 1962, č. 4-5. — 3. Sack, H.: Über die Ursachen der Bodenverdichtung in der Sohle der Pflugfurche und deren Vermeidung. *Grundlagen der Landtechnik* 1962, Heft 15. — 4. Söhne, W.: Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tires. *Agricultural Engineering* 1958, č. 5. — 5. Feuerlein, W.: Zum Einfluß des Schlepperrades auf den Acker. *Landbauforschung Völkenrode* 1961, č. 3. — 6. Andert, A.: Poznatky o vztazích a vlivu některých parametrů traktorových pneumatik na agrotechniku. *Zemědělská technika* 1959, č. 4-5. — 7. Grečenko, A.: Metody měření a vyhodnocování vlivu traktorových kol na půdu. Diskusní příspěvek z vědeckého semináře „Vliv traktorů a zemědělských strojů na úrodnost půdy“. ÚVTI-MZLH, 1966.

— 8. Frese, H. - Altemüller, H. J.: Über einige morphologische Beobachtungen an Pflugschalen. Grundlagen der Landtechnik 1962, Heft 15. — 9. Blake, G. R.: Minimum Tillage - Bodenbearbeitung, Bestellung und Pflege mit geringstem Aufwand ohne Ertragsminderung. Grundlagen der Landtechnik 1964, Heft 19. — 10. Gill, W. R.: Soil compaction by traffic. Agricultural Engineering 1959, č. 6. — 11. Adams, E. P. - Blake, G. R. - Martin, W. P. - Boelter, D. H.: Influences of soil compaction on crop growth and development. Transactions 7th Int. Congress Soil Sciences 1960. — 12. Babkov, V. F. - Birulja, A. K. - Sidenko, V. M.: Prochodnost kolesnych masin po gruntu. Avtotransizdat, Moskva 1959. — 13. Myslivec, A.: Mechanika zemin (učební text FS-ČVUT Praha). SNTL, Praha 1964. — 14. Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics. J. Wiley, New York 1944 (1. vydání). — 15. Söhne, W.: Wechselbeziehungen zwischen Fahrzeuglaufwerk und Boden beim Fahren auf unbefestigter Fahrbahn. Grundlagen der Landtechnik 1961, Heft 13. — 16. Stroppel, T.: Die Kennzeichnung der Ackerböden nach der Textur. Grundlagen der Landtechnik 1952, Heft 3. — 17. Birulja, A. K.: Eksploatacionnye pokazateli gruntovyh dorog. Gostransizdat 1937. — 18. Biruljová, V. I.: Rasčet i kontrol uplotnenija gruntov. Avtotransizdat 1958. — 19. Bernstein, R.: Probleme einer experimentellen Motorflugmechanik. Der Motorwagen 1913, č. 9, 10. — 20. Boussinesq, J.: Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Paris 1885. — 21. Fröhlich, O. K.: Druckverteilung im Baugrunde. Springer, Wien 1934. — 22. Söhne, W.: Druckverteilung im Boden und Bodenverformung unter Schlepperreifen. Grundlagen der Landtechnik 1953, Heft 5. — 23. Söhne, W.: Die Verformbarkeit des Ackerbodens. Grundlagen der Landtechnik 1952, Heft 3. — 24. Výzkumná zpráva RV 13.09-d: Efektivnost některých adaptací hnacího ústrojí traktoru Zetor 3011 s pneumatikami 11-28 (odpovědný řešitel A. Grečenko). Fakulta mechanizace VŠZ-Praha, 1965. — 25. Cooper, A. W. - Vandenberg, G. E. - McColly, H. F. - Erickson, A. E.: Strain gage cell measures soil pressure. Agricultural Engineering 1957, č. 4. — 26. Vandenberg, G. E. - Cooper, A. W. - Erickson, A. E. - Carleton, W. M.: Soil pressure distribution under tractor and implement traffic. Agricultural Engineering 1957, č. 12. — 27. Výzkumná zpráva 17.01-h: Vypracovat metody, jimiž lze dosáhnout zvýšení únosnosti a stability pláně železničního spodku za minimálního rušení provozu (odpovědný pracovník doc. ing. P. Tyc, ScC.). Stavební fakulta ČVUT Praha, 1965.

Использование данных механики грунтов с целью изучения уплотнения почвы тракторными колесами

Ряд научно-технических данных и методов механики грунтов может быть использован при решении проблемы вредного уплотнения почвы. Однако данные следует применять обдуманно, так как между постройками и передвижными средствами существует значительное различие размеров, загружающих площадей и способа загрузки. Работа направлена главным образом на установление отношений между загрузкой тракторным колесом, напряжением в почве и ее уплотнением.

Вторая часть работы рассматривает физико-технические свойства грунта, которые при опытах необходимо изучать или приводить в качестве условий эксперимента: объемная масса влажного и сухого грунта, удельная масса зерен. По этим данным можно определить пористость, влажность и степень насыщения водой. Далее следует определить предел консистенции (по Аттербергу), индекс пластичности и название вида грунта (в Чехословакии согласно ГОСТу ČSN 72 1001). Описывается теория и применение эдометра при определении относительного уплотнения грунта.

Третья часть разбирает современную теорию образования колеи по отношению к влажности почвы и скорости прохода, которая разработана главным образом в работах советских авторов, касающихся движения машин по неукрепленным грунтовыми дорогам.

Четвертая часть работы рассматривает влияние загрузки на почву и решение проблемы: тракторное колесо — напряжение в почве — деформация почвы. Обсужден метод вычисления и обработки результатов немецкого автора (вычисление), советского автора (вычисление) и автора данной статьи (измерение — вычисление). У колесного трактора с полугусеницей Греченко предлагает и в основных чертах демонстрирует следующий метод: рационально измерить напряжение и одновременно соответствующие деформации в грунте; найти приближенную загрузку и вычислить вероятные кривые основных напряжений; установить и соответственным образом разработать зависимость относительного уплотнения почвы. По этим

данным можно установить относительное объемное уплотнение и, наконец, пористость и объемную массу сухого грунта после уплотнения. Эти величины следует проверить непосредственным измерением.

Пятая часть рассматривает измерение напряжения и деформацию почвы: тензометрический датчик — A-cell, датчик автора G, проблемы и татировку датчиков; лабораторное измерение деформации почвы, проведенное немецким автором; измерение и контроль состояния почвы непосредственно в местности.

The Use of Soil Mechanics Principles in the Investigation of Soil Compaction by Tractor Wheels

A great deal of scientific knowledge and methods of the soil mechanics can be used in the investigation of the harmful soil compaction. The information available should, however, be applied deliberately, as there is a considerable difference in the size of the loaded area as well as in the character of load with the buildings as compared with the land-going vehicles. The paper is aimed at the investigation of relations between the load applied by the tractor wheel, the stress in soil and the compaction.

The second part of the paper deals with the physical and technical properties of the soil which have to be respected as the conditions of the experiment: the soil bulk density — dry basis, the soil bulk density — wet basis, the specific gravity of soil particles. They can be used to determine the porosity, the percent moisture content and the percent saturation. Furthermore, there are to be determined the Atterberg's limits of consistency, the plasticity index and the type of soil (terminology in Czechoslovakia according to the ČSN 72 1001 standard). The theory and the use of the oedometer in the determination of unit soil compaction are further dealt with.

The third part deals with the present theory of the rut forming in relation to the soil moisture content and the speed of travel, to be found mainly in the Soviet literature on the trafficability of cross-country soils roads.

The fourth part of the paper describes the influence of the load on the soil and discusses the problem: tractor wheel — soil stress — soil deformation. A method of computing the stress and treating the results by a German author, a Russian author (calculation) and author of the present paper (experiment-calculation) are analysed. In case of a wheel tractor with a half-track, Grečenko suggests and demonstrates the main features of the following procedure: to measure rationally the stress and the corresponding deformation in soil; to approximate stress and calculate the probable principal stress distribution; determine and process the dependence of the unit deformation on the stress. On hand of these data the unit volume compaction can be found as well as the porosity and the bulk density after compaction. These values should be tested experimentally.

The fifth part deals with the stress and soil compaction measuring: the strain-gauge A cell, the authors's cell G, the problems with the calibration of the cells; the laboratory gauging of the soil deformation, carried out by the German author; the checking of soil properties in the field.

Ausnützung der Erkenntnisse der Bodenmechanik zum Studium der Bodenverdichtung mittels Schlepperräder

Eine ganze Reihe von wissenschaftlich-technischen Erkenntnissen und Methoden der Bodenmechanik kann bei der Lösung der Probleme der schädlichen Bodenverdichtung ausgenutzt werden. Die Erkenntnisse müssen aber erwägt appliziert werden, denn bei den Bauten und Geländefahrzeugen herrscht ein bedeutender Unterschied zwischen den Ausmaßen der Belastungsfläche und der Art der Belastung. Die Arbeit richtet sich hauptsächlich auf die Suche nach Beziehungen zwischen der Belastung des Schlepperrades, Spannung im Boden und Bodenverformung.

Der zweite Teil der Arbeit berichtet über die physikalisch-technischen Eigenschaften des Bodens, die bei den Versuchen verfolgt oder als Experimentbedingungen angeführt werden müssen: Raumgewicht des feuchten und trockenen Bodens, spezi-

fisches Gewicht (Masse) der Körner. Aus denen kann der Porenanteil, die Feuchtigkeit und das Wassersättigungsgrad bestimmt werden. Ferner sollten die Konsistenz (Atterberg) — Grenzen, der Plastizitätsindex und die Benennung der Bodenart (in der Tschechoslowakei laut Tschechoslowakischer Staatsnorm 72 1001) festgestellt werden. Es wird die Theorie und die Anwendung des Oedometers bei der Feststellung der relativen Bodendeformation beschrieben.

Der dritte Teil behandelt die gegenwärtige Theorie der Spurenbildung in Beziehung zur Bodenfeuchtigkeit und Fahrgeschwindigkeit, die hauptsächlich in den Arbeiten der sowjetischen Verfasser durchbearbeitet wird, die sich mit der Fahrt der Fahrzeuge auf unbefestigten erdigen Wegen befaßen.

Der dritte Teil behandelt die gegenwärtige Theorie der Spurenbildung in Beziehung zur Lösung der Probleme: Schlepperrad — Spannung im Boden — Bodendeformation. Es wird die Berechnungsmethode und die Bearbeitung der Ergebnisse von deutschem Verfasser (die Berechnung), von russischem Verfasser (die Berechnung) und von Verfasser dieser Arbeit (Messung-Berechnung) untersucht. Beim Radschlepper mit Halbraupe schlägt Grečenko vor und in Hauptrissen demonstriert den folgenden Vorgang: rationell die Spannung und gleichzeitig die zugehörige Deformation im Boden messen; die Approximationsbelastung finden und die wahrscheinliche Verteilung der Hauptspannungen berechnen; die Abhängigkeit der relativen Verformung von der Spannung feststellen und zweckmäßig bearbeiten. Aus diesen Grundlagen kann die relative Raumverformung und endlich der Porenanteil und das Raumgewicht des trockenen Bodens nach der Verdichtung festgestellt werden. Diese Werte sollen durch direktes Messen überprüft werden.

Der fünfte Teil befaßt sich mit der Messung der Spannung und Deformation des Bodens: elektrische Meßdose A-cell, Meßdose des Verfassers G, die mit der Eichung der Meßdosen verbundene Probleme; Labormessungen der Bodendeformation, die der deutsche Verfasser durchgeführt hat; Messung und Kontrolle des Bodenzustandes direkt im Gelände.

Adresa autora:

Doc. ing. Alexandr Grečenko, CSc., Vysoká škola zemědělská, fakulta mechanizace, katedra traktorů a automobilů, Suchbát u Prahy

■ Strojní a traktorový park (STP) zemědělských závodů je rozmanitý a početný. Některé práce, zejména sklizňové, vyžadují návaznost strojů, zpravidla sestavených do linky. Některé práce jsou proveditelné nezávisle na sobě různě sestavenými agregáty traktorů a závěsných strojů. Například orat lze traktorem DT-54 s pluhem takové šíře záběru, jaký odpovídá využití tažné síly traktoru v daných podmínkách. Stejně je možno orat jakýmkoli jiným typem traktoru s pluhem, odpovídajícím tomuto typu traktoru. Kvalita práce se příliš neliší, avšak výkonnost a náklady na jednotku zorané plochy jsou rozdílné. Podobně je tomu i u řady ostatních prací.

Při jednom druhu práce je poměrně snadné rozhodnout, kterého typu strojů použít, aby práce byla zvládnuta co nejrychleji nebo nejlevněji. Polní práce však zpravidla probíhají souběžně, druhy prací se navzájem překrývají, takže musí být nasazeno více agregátů najednou, např. na orbu, přípravu půdy, setí atp. V malém zemědělském závodě, kde strojní park bývá většinou jednoduché skladby, lze rozhodnout podle zkušeností. Jinak je tomu ve velkých zemědělských závodech, jako jsou JZD a státní statky. Zde již často pouhá zkušenost nestačí k rozhodnutí o nasazení strojů tak, aby při zvládnutí prací v agrotechnické lhůtě byly náklady co nejmenší, nebo naopak aby práce byly zvládnuty co nejdříve při dodržení plánovaných nákladů. Nasazení strojů analogicky podle minulého roku nebývá možné z toho důvodu, že nejsou stejné ani podmínky — mění se hony, dopravní trasy, odpor půdy, a tím i sestava nebo pracovní rychlost agregátu. V důsledku toho se mění i výkonnost a náklady na jednotku výkonu, náklady na opravy, popř. i spotřeba nebo nákupní cena pohonných hmot. Často se mění i typová skladba strojů.

Do provádění prací je třeba zapojit celou řadu činitelů i zdrojů, a to hmotných, finančních, kádrových. Zemědělský závod vykonává zpravidla práce s omezenými zdroji. Jejich velikost se mění v závislosti na celkové situaci závodu.

Práce je možno zvládnout řadou variant sestavení plánu využití STP.

Je častým jevem, že zemědělské závody s téměř stejnými přírodními a velmi podobnými ekonomickými podmínkami, s pracovníky přibližně stejných kvalit, mají rozdílné náklady na provoz STP, dosahují rozdílných výkonů a různě plní agrotechnické lhůty. To vše se promítá do celkových hospodářských výsledků.

Otázka, jak se na nákladech na výrobu zemědělských produktů podílejí náklady na techniku, se dostává stále více do popředí. Tím větší je nutnost jejich snížení. Lze toho dosáhnout různými způsoby: péčí o stroje, levnějšími opravami, úsporou materiálu apod. I při dodržování uvedených podmínek jsou další možnosti: kombinovat nasazování strojů do prací tak, aby byly zvládnuty buď co nejdříve, vynahradí-li konečný produkt zvýšené náklady, nebo co nejlevněji, nebo ve stanovené lhůtě s nejnižšími náklady,

přičemž by tyto kombinace respektovaly pokud možno všechny působící faktory ve vzájemné souvislosti.

Hospodářští pracovníci a technici, řídící výrobu a provoz STP, však nemají k získávání objektivních údajů metodu respektující vliv všech v konkrétních podmínkách působících faktorů a umožňující stanovit z mnoha možných řešení optimální variantu. Je zřejmé, že takovou metodu nutno hledat v oblasti matematických metod.

1. LINEÁRNÍ PROGRAMOVÁNÍ (LP) PŘI ROZDĚLOVÁNÍ STROJŮ PRO POLNÍ PRÁCE

V příspěvku je proto rozdělení strojů na práce postaveno jako otázka lineárního programování a řešeno použitím simplexové metody a výpočtu na samočinném počítači.

1.1 Máme-li za úkol vykonat v určitém období větší počet prací, například n , každou v rozsahu $b_1, b_2, \dots, b_n$, přitom máme k dispozici agregáty strojů v počtu m s předpokladem, že u většiny z nich lze zaměnit druh práce a že agregáty mají v uvažovaném období kapacitu $a_1, a_2, \dots, a_m$, přičemž známe náklady na jednotku výkonu každého stroje na každou práci — označme je C_{ij} ; ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) — a je-li dáno kritérium optimálnosti splnění prací s minimálními náklady, takže stroje musíme rozdělit tak, aby toto kritérium bylo splněno, je tato otázka zřejmě podobná otázce LP.

1.2 Matematický model otázky programování lze vyjádřit takto:

Je třeba nalézt extrém (maximum nebo minimum) nějaké funkce $Z(X_1, X_2, \dots, X_n)$ při vedlejších podmínkách $f_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq b_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$). Množina proměnných $[n\text{-tice } (X_1, X_2, \dots, X_n)]$ vyjadřuje vlastní program (zde množství práce přidělené na jednotlivé typy strojů), funkce Z vyjadřuje cíl, s nímž cheme úkol splnit (zde s minimálními náklady), nerovnosti jsou matematickým vyjádřením omezení (zde je to kapacita traktorů v agrotechnické lhůtě a množství prací).

1.3 Formulujeme otázku LP obecně:

a) Hledáme vektor $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, který by maximalizoval (minimalizoval) účelovou funkci.

$$b) Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \dots + C_{mn}X_{mn}$$

c) Za omezujících podmínek

$$1. a_{11}X_{11} + a_{12}X_{12} + \dots + a_{1n}X_{1n} = a_1$$

$$a_{21}X_{21} + a_{22}X_{22} + \dots + a_{2n}X_{2n} = a_2$$

$$a_{m1}X_{m1} + a_{m2}X_{m2} + \dots + a_{mn}X_{mn} = a_m$$

$$2. a_{11}X_{11} + a_{21}X_{21} + \dots + a_{m1}X_{m1} = b_1$$

$$a_{12}X_{12} + a_{22}X_{22} + \dots + a_{m2}X_{m2} = b_2$$

$$a_{1n}X_{1n} + a_{2n}X_{2n} + \dots + a_{mn}X_{mn} = b_n$$

d) Za podmínky nezápornosti

$$X_{ij} \geq 0; (i = 1, 2, \dots, m); (j = 1, 2, \dots, n)$$

Množství práce na jednotlivé typy agregátů je hledaný vektor $\vec{X}$, účelová funkce Z je celková hodnota, např. nákladů na provedení prací, složka C_{ij} je pak náklad na jednotku výkonu.

Omezující rovnice c_1 mohou být kapacity traktorů, rovnice c_2 objem prací.

Kapacity i požadavky lze soustavou lineárních rovnic a nerovností vyjádřit, proto jde o lineární programování.

2. STAV V UPLATNĚNÍ LP PŘI ZÍSKÁVÁNÍ PODKLADŮ K ŘÍZENÍ PRÁCE STP, ZEJMÉNA V ČSSR

Se zaváděním techniky je spojena i otázka stanovení vhodných typů a počtů strojů pro socialistický zemědělský závod a plán jejich využití. V současné době existuje několik metodik. Akademik B. S. Svirščevskij [10] sestavil metodiku, která umožňovala vnést určitý systém do vybavování závodů strojním a traktorovým parkem, proniknout do struktury a objemu prací a dávala představu o situaci na úseku STP. Metodika dávala pracovníkům určitou jistotu při rozhodování, ocenit možnosti STP, předvídat špičky apod. V době, kdy byla sestavena, bylo ve velké míře nutno vázat práci nerovnocenných prostředků (koňských a strojních), což se v metodice projevilo. Není brán velký zřetel na ekonomičnost, je v ní návaznost přesných výpočtů na odhady a na předpoklady založené na osobních vlastnostech a zkušenostech pracovníků provádějících výpočet.

Podobnou metodiku vypracoval moskevský ústav GOSNITI a popisuje ji i pracovník Výzkumného ústavu zemědělské ekonomiky v Moskvě M. S. Gorjačkin. Tyto metodiky jsou založeny víceméně na výpočtech. Jiné metodiky jsou založeny především na experimentálním zjišťování a sledování potřeby STP (např. M. Bölke, NDR).

Kladem je hodnověrnost, nedostačují však v případě změny podmínek v závodě proti sledovaným.

V ČSSR žádná vlastní metodika v podstatě zpracována nebyla.

Většina metodik, jak je uvádějí autoři nebo používají praktici, má mnoho společného a některé jsou obměnou metodiky B. S. Svirščevského, popř. jejím zkráceným vydáním. Metodiky buď respektují dosavadní způsob přidělování traktorů na práce a vycházejí ze statistiky, nebo předpokládají dělbu na základě odhadu a zkušeností.

Oblast lineárního programování obecně nebo aplikace v nezemědělských oblastech národního hospodářství je literárně již poměrně obsáhlá, zejména v zahraniční literatuře, částečně i v ČSSR; např. B. Korda [6], J. Habr aj.

Využitím metod lineárního programování v zemědělství se v ČSSR zabývalo několik autorů, řešené otázky se však týkaly především rozdělení osevních ploch, krmivové základny, sestavení krmných směsí, popř. dopravy. Byli to především V. Kadlec — A. Hrubeš [3], dále V. Kadlec — L. Vodáček [4], J. Hubáček, J. Machoňová, L. Vrána, P. Rastokin, V. Stárek — J. Machová aj.

V průběhu autora řešení otázky se v ČSSR podobný nebo podobně řešený problém v literatuře neobjevil.

Ze sovětských autorů se jako jeden z prvních touto otázkou zabýval I. A. Arabov, aspirant Timirjazeovy zemědělské akademie v Moskvě [1]. Přesto souborná a všestranná práce v tomto směru zpracována nebyla. Podobným způsobem řešil otázku kolektiv autorů P. V. Puškarev, L. F. Škredov, T. T. Maksimov [9]. Na sympoziu o matematice v zemědělství, konaném ve VÚZE v Praze, přednášel na toto téma jako jediný S. Z. Tolpekin [12]. Ostatní autoři, např. R. R. Kravčenko nebo I. Popov, se zabývali oblastí živočišné výroby, L. Gberman dopravou apod.

Všichni autoři zabývající se otázkou programování v oblasti využití strojů vycházejí z teoretické práce L. V. Kantoroviče [5]. Model těchto autorů vycházející z teorie tzv. řešících součinitelů a řadí se tak ke skupině λ -úloh, formulovaných L. V. Kantorovičem, kde λ je koeficient (součinitel) umožňující vzájemně srovnat např. různé kapacity nebo výkonnosti. Modely jsou sestavovány z hlediska výkonnosti strojů, kritérium

je maximalizace výkonu nebo minimalizace vynaloženého času. Řešení je poměrně pracné, příprava podkladů omezena, možnost mechanizace výpočtu rovněž omezena. Do zemědělské praxe dosud tato metoda nepronikla.

Do určité míry bylo zpracováno uplatnění matematických metod přímo při řízení mechanizovaného procesu metodami PERT. Otázku řízení procesu sklizně obilovin publikovali F. Kubát a J. Kundrát v příloze Zemědělských novin „Zemědělec“, ročník XIII, č. 27 z 15. 7. 1964.

Autor tohoto příspěvku se zabýval otázkou rozdělování strojů na polní práce s použitím LP a zkoumal použitelnost různých metod a normativů. Byla prověřována distribuční metoda s vyhledáním základního řešení (ZŘ) metodou severozápadního rohu (SZR) a indexovou, dále Vogelova aproximační metoda (VAM), modifikovaná distribuční metoda (MODI), algoritmus Malkova pro případy vyjádření okrajových podmínek v nestejných jednotkách, simplexová metoda s výpočtem na samočinném počítači, metoda lineárního větvení pro řešení případů s tzv. doplňkovým omezením a distribuční metoda pro řešení otázek s časovými prvky.

Všemi metodami byl řešen jeden problém. Kritériem byla minimalizace nákladů.

Výsledky jsou publikovány ve Sborníku prací fakulty mechanizace VŠZ Praha, 1966. Jako nejjednodušší, při ručním řešení nejrychlejší a relativně k počtu kroků nej přesnější se u málo rozměrného problému ukázala metoda VAM. Pro rozměrnější problémy je vhodná simplexová metoda s výpočtem na samočinném počítači, umožňující řešit i otázky maximalizační.

3. EKONOMICKO-MATEMATICKÝ MODEL

3.1 SESTAVENÍ EKONOMICKO-MATEMATICKÉHO MODELU

Při sestavování ekonomicko-matematického modelu otázky rozdělení prací na traktory lze vyjít z úvahy, že hektar práce je výrobkem, druh práce spotřebitelem, požadavkem je objem této práce, kdežto traktorový agregát je dodavatelem. Objem prací je současně surovinou; na zpracování jedné jednotky, tj. 1 ha práce, spotřebujeme určitou část kapacity traktorů. Tato hypotetická výroba je splněna vyčerpáním suroviny, tj. objemu prací, a tím současně uspokojením požadavků spotřebitelů. Hledané množství výrobků od jednotlivých dodavatelů je počet hektarů prací přidělených na jednotlivé typy traktorů. Každý dodavatel přitom dodává výrobky s různými náklady. Součet prací přidělených na jednotlivé typy traktorů dává celkový objem prací v období. Převyšuje-li objem prací kapacitu dodavatelů, zavádí se fiktivní dodavatel. Práce, které na něho připadnou, musíme krýt z jiných zdrojů (STS apod.). Naopak, je-li kapacita vyšší než požadavky, zavádí se fiktivní spotřebitel, který ji odčerpá. Této kapacity pak můžeme využít jinak. Tyto vývody jsou v souladu s podmínkami LP o rovnosti hodnot okrajových podmínek, zde kapacit a požadavků.

Přidělování prací na traktory je dále podřízeno určité podmínce, např.: rozdělení umožní vykonat práce s nejmenšími z možných nákladů. Protože každý typ nejen traktoru, ale i agregátu vykonává tutéž a tím spíše různou práci s odlišnými náklady na jednotku práce, je nutno je znát a zavést jako sazby. Sestavení modelu včetně zápisu a uspořádání simplexové tabulky je uvedeno v kapitole 4.

3.2 OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY A SAZBY — NORMATIVY

3.21 Matematický model zachycuje otázku jen v hlavních rysech. Pro ekonomickou interpretaci metod LP je důležitý výběr a určení hodnot takových normativů, které vhodné a pravdivě charakterizují i vystihují řešený problém a s nimiž se ve výpočtu opíraje. Výběr závisí na cíli, který sledujeme.

Základními údaji je stanovení kapacit, požadavků, sazeb a ujasnění jednotek, v nichž žádáme výsledný hledaný vektor. Tím současně určujeme jednotku pro účelovou funkci.

Pro většinu metod LP je výhodné vyjádřit kapacitu i požadavky ve stejných jednotkách. Tím je určeno i vztahení sazeb na tuto jednotku a obdržíme v nich i výsledný vektor. U simplexové metody je vztah mezi jednotkami kapacit, požadavků a hledaného vektoru ovlivněn jednotkou koeficientu a_{ij} . Jednotka účelové funkce je totožná s pojmenováním čitatele sazby C_{ij} .

Pro vyjádření kapacity traktorů a objemu polních prací je výhodné použít společně přepočtené jednotky. Tou není např. hektar, protože 1 ha jedné práce je jinak náročný na čas a náklady než 1 ha práce jiné, provedené týmž typem traktoru. Tím odlišnější je to při použití více druhů strojů; např. 1 ha orby typem DT 54 má jiné časové trvání i náklady než 1 ha orby typem Z 25k nebo dokonce než 1 ha setí typem Z 25k apod. Tím je vyjádření čerpání kapacit strojů pro různé práce nebo krytí požadavků na práce z kapacit různých strojů při výpočtu nemožné a některými metodami LP je problém v takové úpravě neřešitelný. Simplexová metoda sice umožňuje řešit otázky kapacity i pomocí požadavků vyjádřených v ha nebo v různých jednotkách, nicméně je výhodné použít společně přepočtené jednotky. Rozdíl není ve výsledku, ale při této jednotce vychází mnohem menší rozměr výchozí tabulky, a tím je i výpočet kratší. Samozřejmě, že je zase pracnější příprava podkladů pro výchozí údaje. Při společně přepočtené jednotce a uspořádání podle tabulky VII je počet řádků $m + n$ proti $2 \cdot m \cdot n$ řádků u jednotky nepřepočtené, např. ha (n — počet prací, m — počet typů strojů). Počet sloupců ovlivněn není, ovlivní jej však rozměr jednotkového vektoru v bázi vektorového prostoru, který je $(m + n)^2$ v prvním a $(2 \cdot m \cdot n)^2$ ve druhém případě.

3.22 Společnou přepočtenou jednotkou pro vyjádření kapacity traktorů a požadavků na práce by mohla být jednotková práce, vyjádřená vžitým výrazem $\varnothing$ ha, kdyby přepočtové koeficienty byly stanoveny objektivně, bez intervenčních zájmů, na podkladě půdního odporu, a tím odlišně pro různé podmínky toho kterého zemědělského závodu nebo oblasti. Jinou jednotkou může být jednotka mechanické práce — kůňhodina (kh). Jednotlivé typy traktorů mají v uvažovaném období potenciální možnost odevzdat práci v kh a stroje za nimi zavěšené ji přenést. Jednotlivé druhy prací jsou různé náročné na spotřebu této práce v kh. Tyto jednotky umožní snadný přesun zatížení mezi traktory a různými pracemi.

Sazby pro minimalizaci nákladů pak lze stanovit v Kčs na $\varnothing$ ha nebo v Kčs/kh u metod LP pro ruční výpočet a v Kčs/ha pro simplexovou metodu. Hledaný vektor obdržíme u simplexové metody v ha práce na typ, u ostatních metod v $\varnothing$ ha nebo kh na typ, což snadno převedeme na počet ha nebo směn apod. U simplexové metody, kde je koeficient a_{ij} , dosadíme za něj právě přepočtové koeficienty $\varnothing$ ha na ha nebo kh na ha. Účelová funkce vyjde všude v Kčs.

Analogicky lze postupovat i v případech, kde kritériem účelové funkce není minimalizace nákladů celkových, ale např. mzdových, na PHM, nebo minimalizace spotřeby paliva v litrech atp., jak je uvedeno v tabulce I.

3.23 Způsoby získávání normativů

Vliv na výsledky, zda vystihují skutečnost, zda jsou reálné a tím jako podklady pro rozhodování použitelné, mají v první řadě hodnoty normativů, jimiž vyjadřujeme kapacitu, požadavky, ale zejména sazby. Proto je důležitý požadavek na jejich pravdivost.

Normativy lze v podstatě získávat těmito způsoby:

a) Statisticky.

Tento způsob vyžaduje dobrou evidenci. Údaje jsou blízké skutečnosti v podmínkách, kde byly získány. Tohoto způsobu však nelze použít pro předběžné výpočty u nově zaváděných typů strojů.

b) Výpočtem.

Tento způsob je sice pohotový, ale vyžaduje dobrou teoretickou znalost vztahů všech parametrů i metodik výpočtu. Vyžaduje věrohodné podklady, z nichž výpočet vychází, např. měrné odpory půdy, časové studie a snímky aj.

c) Měřením.

Získáme velmi pravdivé údaje, které nutno korigovat jen při změně podmínek v uvažovaném závodě. Vyžaduje dobré měřicí přístroje. Tímto způsobem lze samozřejmě získat jen některé údaje, především změřit potřebnou mechanickou práci v kpm, získat údaje v $\varnothing$ ha nebo normosměnách bez přepočtů apod.

Některé metodiky pro výpočet normativů, jakož i princip přístrojů a rozbor teoretických vztahů, z nichž přístroje vycházejí, jsou uvedeny v omezeném rozsahu v kapitole 5.

3.3 MOŽNOSTI KRITÉRIÍ ÚČELOVÉ FUNKCE A SESTAVY VÝCHOZÍCH ÚDAJŮ

Kritériem splnění úkolu v polních pracích může být minimalizace nákladů, maximalizace výkonů, minimalizace potřeby času, minimalizace nákladů na PHM, minimalizace spotřeby paliva v litrech, minimalizace mzdových nákladů, minimalizace potřeby mechanické energie, popř. maximalizace tržeb při práci pro jiné závody. Přitom lze každý problém řešit s různou kombinací uspořádání výchozích údajů. Přehled některých možností uspořádání pro simplexovou metodu je uveden v tabulce I.

Většina uvedených modelů byla počítána na počítači Eliot 803. Otázka pro všechny varianty vycházela ze stejných podkladů jako příklad v části 4. který je jedním z nich. Příprava modelu pro počítač, tj. převod do dvojkové soustavy a děrování pásky, trvá asi 60 minut, vlastní výpočet 5 až 6 minut.

Při minimalizačním výpočtu je nutno dát pro počítač všechny sazby se záporným znaménkem včetně prohibitivní sazby M . Hodnota účelové funkce pak vyjde také se záporným znaménkem, uvažujeme ji ovšem jako kladnou.

Při tabelování vstupních údajů došlo u několika modelů k záměně kapacit dvou traktorů a u dvou modelů byla opomenuta podmínka dosazení prohibitivní sazby s minussovým znaménkem. Záměna znaménka znemožní výpočet. Výpočet modelů se záměnou sazeb potvrdil správnost sestavení tabulky, ovšem výsledky nelze vzájemně srovnávat. Proto jsou ve stati 4.8 uvedeny jen výsledky modelů se stejně vyjádřenými okrajovými podmínkami, ale různě formulovanou účelovou funkcí.

Opravný výpočet není zatím pro nedostatek počítačů snadný ani pohotový. Kromě toho má jen málo počítačů připraveny podprogramy k řešení takovýchto problémů. Např. na výstavě samočinných počítačů Incomex 66 právě toto, přes veškerou ochotu vystavovatelů, znemožnilo výpočty.

4. PŘÍKLAD ŘEŠENÍ ETAPY PODZIMNÍCH POLNÍCH PRACÍ

4.1 Podle agrotechnického plánu, vycházejícího z osevního postupu nebo osevního plánu zemědělského závodu, je v podzimním období úkol vykonat vybrané práce podle tabulky II.

I. Různé modifikace sestav omezujících podmínek a kritérií účelové funkce

Model		Jednotky vyjadřující údaje					
číslo	název	vstupní				výstupní	
		kapacity	požadavky	sazby C_{ij}	koefficient A_{ij}	X	Z
1	minimalizace nákladů	∅ ha	∅ ha	Kčs/ha	∅ ha/ha	ha	Kčs
2	minimalizace nákladů	kh	kh	Kčs/ha	kh/ha	ha	Kčs
3	minimalizace nákladů	∅ ha	∅ ha	Kčs/kh	∅ ha/ha	kh	Kčs
4	minimalizace mechanické energie	kh	kh	kh/ha	kh/ha	ha	kh
5	minimalizace mechanické energie	∅ ha	∅ ha	kh/ha	∅ ha/ha	ha	kh
6	maximalizace výkonů	∅ ha	∅ ha	ha/h	∅ ha/h	h	ha
7	maximalizace výkonů	kh	kh	ha/h	kh/ha	h	ha
8	minimalizace času	∅ ha	∅ ha	h/ha	∅ ha/ha	ha	h
9	minimalizace času	kh	kh	h/ha	kh/ha	ha	h
10	maximalizace výkonu	ha	ha	ha/h	ha/h	h	ha
11	minimalizace nákladů za PHM	kh	kh	Kčs/l	kh/l	litr	Kčs
12	minimalizace mzdových nákladů	∅ ha	∅ ha	Kčs/h	∅ ha/h	h	Kčs
13	minimalizace spotřeby paliva (nafty)	kh	kh	l/ha	kh/ha	ha	litr
14	minimalizace spotřeby paliva (nafty)	∅ ha	∅ ha	l/h	∅ ha/h	h	litr
15	minimalizace spotřeby paliva (nafty)	∅ ha	∅ ha	l/ha	∅ ha/ha	ha	litr
16	minimalizace nákladů	ha	ha	Kčs/h	Kčs/h	h	Kčs
17	minimalizace nákladů	∅ ha	ha	Kčs/ha	∅ ha/ha a ha/ha	ha	Kčs
18	minimalizace nákladů	kh	ha	Kčs/ha	kh/ha a ha/ha	ha	Kčs
19	minimalizace potřeby nafty	∅ ha	ha	l/h	∅ ha/h a ha/h	h	litr
20	minimalizace potřeby nafty	kh	ha	l/h	kh/h a ha/h	h	litr
21	minimalizace potřeby nafty	ha	ha	l/h	ha/h	h	litr
22	minimalizace potřeby nafty	kh	ha	l/ha	kh/ha a ha/ha	ha	litr

4.2 Závod má k dispozici traktory, jejichž typy, počet a kapacita jsou uvedeny v tabulce III.

4.3 Předpokládané náklady na jednotku práce (sazby) jsou uspořádány v tabulce IV.

4.4 Všechny údaje lze s výhodou uspořádat do jediné výchozí tabulky, jako je tomu v tabulkách V a VI.

II. Objem vybračných traktových prací v podzimním období

Týden		Číslo práce							Celkem
		1	2	3	4	5	6	7	
1	ha	476	148	74					698
	Ø ha	476	22,2	9,6					507,8
	kh	158,50	795	165					16 810
2	ha	476	476	476					1 428
	Ø ha	476	71,4	61,9					609,30
	kh	158,50	2580	1060					19 490
3	ha	148	476	476	440				1 540
	Ø ha	148	71,4	61,9	66				347,3
	kh	4 940	2580	1060	2020				10 600
4	ha			74	660				734
	Ø ha			9,6	99				108,6
	kh			165	3060				32 225
5	×								×
	×								×
	×								×
6	ha					42			42
	Ø ha					54,6			54,6
	kh					1870			1 870
7	ha					152	56		208
	Ø ha					197,6	56		253,6
	kh					6760	1868		8 628
8	ha					152	214	350	716
	Ø ha					197,6	214	21	432,6
	kh					6760	7150	1160	15 070
9	ha					152	215		367
	Ø ha					197,6	215		412,6
	kh					6760	7180		13 940
10	ha					152	215		367
	Ø ha					197,6	215		412,6
	kh					6760	7180		13 940
Celkem	ha	1 100	1100	1100	1100	650	700	350	6 100
	Ø ha	1 100	165	143	165	845	700	21	3 139
	kh	36 640	5955	2450	5080	28 910	23 378	1160	103 573

Označení prací:

č. 1 – orba k ozimům

č. 2 – příprava půdy

č. 3 – rozmetání hnojiv

č. 4 – setí a zavlačování

č. 5 – hluboká orba

č. 6 – zaorání chlévské mrvy

č. 7 – válení jetelovin

III. Počty a kapacita traktorů v období podzimních prací

Traktor		Směnová výkonnostní norma ve střední orbě ha/sm	Počet kh/sm	Týdenní (5 dnů) kapacita jednoho traktoru		Počet traktorů	Kapacita všech traktorů v jednotlivých týdnech			
							podzimní období			
							1. týden		celkem za 10 týdnů	
				Ø ha	kh		Ø ha	kh		
8 h/den	RS 09	1,76	864	8,80	432	5	44	2 160	440	21 600
	Z 25 k	2,48	972	12,40	486	5	62	2 430	620	24 300
	Z 3011	3,4	144	17,00	720	3	51	2 160	510	21 600
16 h/den	Z 35 k	3,8	1512	19,00	756	2	38	1 512	380	15 120
	Z 50	4,96	4752	49,60	2376	5	248	11 880	2480	118 800
	DT 54	5,52	5184	55,20	2592	5	276	12 960	2760	129 600
Celkem		×	×	×	×	×	719	33 102	7190	331 020

V poličkách tabulky jsou uvedeny sazby za práce a koeficienty příslušející vždy tomu traktoru a práci, jejichž řádek a sloupec se v poličku protíná. Chceme-li z jakýchkoliv důvodů zabránit přidělení některé práce na kterýkoliv typ traktoru, vyznačíme tento úmysl dosazením vysoce nepříznivé, tzv. prohibitivní sazby M , za niž se zpravidla ve výpočtu dosadí číslo 10 000. Pro simplexovou metodu je ovšem nutno uspořádat všechny údaje do příslušně upravené simplexové tabulky. Tabulka VII uvádí obecné uspořádání, tabulka VIII po dosazení.

4.5 Zápis a formulace problému pro simplexovou metodu:

Obecně:

1. Hledáme vektor (tj. rozdělení prací)

$$\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

který by vyhovoval soustavám omezujících rovnic

2.a)

$$\begin{aligned} a_1 X_1 + a_8 X_8 + a_{15} X_{15} + a_{22} X_{22} + a_{29} X_{29} + U_1 &= b_1 \\ a_2 X_2 + a_9 X_9 + a_{16} X_{16} + a_{23} X_{23} + a_{30} X_{30} + U_2 &= b_2 \\ a_3 X_3 + a_{10} X_{10} + a_{17} X_{17} + a_{24} X_{24} + a_{31} X_{31} + U_3 &= b_3 \\ a_4 X_4 + a_{11} X_{11} + a_{18} X_{18} + a_{25} X_{25} + a_{32} X_{32} + U_4 &= b_4 \\ a_5 X_5 + a_{12} X_{12} + a_{19} X_{19} + a_{26} X_{26} + a_{33} X_{33} + U_5 &= b_5 \\ a_6 X_6 + a_{13} X_{13} + a_{20} X_{20} + a_{27} X_{27} + a_{34} X_{34} + U_6 &= b_6 \\ a_7 X_7 + a_{14} X_{14} + a_{21} X_{21} + a_{28} X_{28} + a_{35} X_{35} + U_7 &= b_7 \end{aligned}$$

IV. Přehled jednotkových nákladů podle druhu traktoru a práce (sazba)

Druh práce	Ukazatel	Náklady podle typu traktorů							Pomocné údaje		
		D T 54	Z 50	Z 35 K	Z 3011	Š 30	Z 25 K	RS 09	ø ha/ha	ha/ø ha	kh/ha
Válco- vání	Kčs/ha	17	15	15	17	18	16	M			
	Kčs/ø ha	284	254	254	284	301	269	M			
	Kčs/kh	6,58	5,8	5,8	6,58	6,96	6,19	M	0,06	16,7	2,59
Rozme- tání stro- jených hnojiv	Kčs/ha	M	M	22	23	25	23	M			
	Kčs/ø ha	M	M	169	177	192	177	M			
	Kčs/kh	M	M	9,88	10,3	11,3	10,3	M	0,13	7,7	2,22
Střední orba	Kčs/ha	133	109	114	126	144	127	M			
	Kčs/ø ha	133	109	114	126	144	127	M			
	Kčs/kh	4,00	3,27	3,43	3,8	4,33	3,82	M	1	1	33,4
Smyko- vání a vláčení	Kčs/ha	33	29	30	31	35	31	M			
	Kčs/ø ha	236	208	214	222	250	222	M			
	Kčs/kh	6,15	5,4	5,59	5,77	6,52	5,77	M	0,14	7,15	5,37
Setí a vláčení	Kčs/ha	47	45	49	52	56	52	52			
	Kčs/ø ha	314	305	327	348	374	348	348	0,15	6,68	4,63
	Kčs/kh	10,18	9,73	10,6	11,26	12,12	11,26	11,26			
Střední orba a vláčení	Kčs/ha	144	118	123	136	156	136	M			
	Kčs/ø ha	137	112	117	130	149	130	M	1,05	0,95	35,62
	Kčs/kh	4,05	3,32	3,46	3,82	4,38	3,82	M			
Hluboká orba	Kčs/ha	158	125	130	141	161	145	M			
	Kčs/ø ha	122	96	100	108	124	112	M			
	Kčs/kh	3,56	2,82	2,93	3,18	3,62	3,26	M	1,3	0,77	44,5

2. b)

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 + a_5 X_5 + a_6 X_6 + a_7 X_7 + W_1 = a_1$$

$$a_8 X_8 + a_9 X_9 + a_{10} X_{10} + a_{11} X_{11} + a_{12} X_{12} + a_{13} X_{13} + a_{14} X_{14} + W_2 = a_2$$

$$a_{15} X_{15} + a_{16} X_{16} + a_{17} X_{17} + a_{18} X_{18} + a_{19} X_{19} + a_{20} X_{20} + a_{21} X_{21} + W_3 = a_3$$

$$a_{22} X_{22} + a_{23} X_{23} + a_{24} X_{24} + a_{25} X_{25} + a_{26} X_{26} + a_{27} X_{27} + a_{28} X_{28} + W_4 = a_4$$

$$a_{29} X_{29} + a_{30} X_{30} + a_{31} X_{31} + a_{32} X_{32} + a_{33} X_{33} + a_{34} X_{34} + a_{35} X_{35} + W_5 = a_5$$

a minimalizoval účelovou funkci (tj. náklady na práce)

V. Tabulka výchozích údajů

Traktor	Číslo prací								Kapacity
	1	2	3	4	5	6	7	rozdíl	
Z 25 k	C_{11} a_{11}	C_{12} a_{12}	C_{13} a_{13}	C_{14} a_{14}	C_{15} a_{15}	C_{16} a_{16}	C_{17} a_{17}	— —	A_1
Z 3011	C_{21} a_{21}	C_{22} a_{22}	C_{23} a_{23}	C_{24} a_{24}	C_{25} a_{25}	C_{26} a_{26}	C_{27} a_{27}	— —	A_2
Z 35 k	C_{31} a_{31}	C_{32} a_{32}	C_{33} a_{33}	C_{34} a_{34}	C_{35} a_{35}	C_{36} a_{36}	C_{37} a_{37}	— —	A_3
Z 50	C_{41} a_{41}	C_{42} a_{42}	C_{43} a_{43}	C_{44} a_{44}	C_{45} a_{45}	C_{46} a_{46}	C_{47} a_{47}	— —	A_4
DT 54	C_{51} a_{51}	C_{52} a_{52}	C_{53} a_{53}	C_{54} a_{54}	C_{55} a_{55}	C_{56} a_{56}	C_{57} a_{57}	— —	A_5
Požadavky	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7		Σ

VI. Tabulka výchozích údajů po dosazení

Traktory	Číslo prací								Kapacity kh
	1	2	3	4	5	6	7	rozdíl	
Z 25 k	127 33,4	31 5,37	23 2,22	52 4,63	145 44,5	127 33,4	16 2,59	— —	24 300
Z 3011	126 33,4	31 5,37	23 2,22	52 4,63	141 44,5	126 33,4	17 2,59	— —	21 600
Z 35 k	114 33,4	30 5,37	22 2,22	49 4,63	130 44,5	114 33,4	15 2,59	— —	15 120
Z 50	109 33,4	29 5,37	M 2,22	45 4,63	125 44,5	109 33,4	15 2,59	— —	118 800
DT 54	133 33,4	33 5,37	M 2,22	47 4,63	158 44,5	133 33,4	17 2,59	— —	129 600
Požadavky kh	36 640	5955	2450	5080	28 910	23 378	1160	195847	309 420

$$3. \min Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_{35} X_{35} + MU_1 + MU_2 + MU_3 + MU_4 + \\ + MU_5 + MU_6 + MU_7 + OW_1 + OW_2 + OW_3 + OW_4 + OW_5$$

za podmínky nezápornosti

$$4. \quad X_i \geq 0; \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Po dosazení za bod 2 a 3:

2.a) Omezení požadavková:

$$\begin{aligned}
 33,4 X_1 + 33,4 X_8 + 33,4 X_{15} + 33,3 X_{22} + 33,4 X_{29} + U_1 &= 36\,640 \\
 5,37 X_2 + 5,37 X_9 + 5,37 X_{16} + 5,37 X_{23} + 5,37 X_{30} + U_2 &= 5955 \\
 2,22 X_3 + 2,22 X_{10} + 2,22 X_{17} + 2,22 X_{24} + 2,22 X_{31} + U_3 &= 2450 \\
 4,63 X_4 + 4,63 X_{11} + 4,63 X_{18} + 4,63 X_{25} + 4,63 X_{32} + U_4 &= 5080 \\
 44,5 X_5 + 44,5 X_{12} + 44,5 X_{19} + 44,5 X_{26} + 44,5 X_{33} + U_5 &= 28\,910 \\
 33,4 X_6 + 33,4 X_{13} + 33,4 X_{20} + 33,4 X_{27} + 33,4 X_{34} + U_6 &= 23\,378 \\
 2,59 X_7 + 2,59 X_{14} + 2,59 X_{21} + 2,59 X_{28} + 2,59 X_{35} + U_7 &= 1160
 \end{aligned}$$

2.b) Omezení kapacitní:

$$\begin{aligned}
 33,4 X_1 + 5,37 X_2 + 2,22 X_3 + 4,63 X_4 + 44,5 X_5 + 33,4 X_6 + 2,49 X_7 + W_1 &= 129\,600 \\
 33,4 X_8 + 5,37 X_9 + 2,22 X_{10} + 4,63 X_{11} + 4,45 X_{12} + 33,4 X_{13} + 2,59 X_{14} + W_2 &= 118\,800 \\
 33,4 X_{15} + 5,37 X_{16} + 2,22 X_{17} + 4,63 X_{18} + 44,5 X_{19} + 33,4 X_{20} + 2,59 X_{21} + W_3 &= 15\,120 \\
 33,4 X_{22} + 5,37 X_{23} + 2,22 X_{24} + 4,63 X_{25} + 44,5 X_{26} + 33,4 X_{27} + 2,59 X_{28} + W_4 &= 21\,600 \\
 33,4 X_{29} + 5,37 X_{30} + 2,22 X_{31} + 4,63 X_{32} + 44,5 X_{33} + 33,4 X_{34} + 2,59 X_{35} + W_5 &= 24\,300
 \end{aligned}$$

3. Účelová funkce:

$$\begin{aligned}
 Z_{\min} = & 133 X_1 + 33 X_2 + M X_3 + 47 X_4 + 158 X_5 + 133 X_6 + 17 X_7 + 109 X_8 + 29 X_9 + \\
 & + M X_{10} + 45 X_{11} + 125 X_{12} + 109 X_{13} + 15 X_{14} + 114 X_{15} + 30 X_{16} + 22 X_{17} + \\
 & + 49 X_{18} + 130 X_{19} + 114 X_{20} + 15 X_{21} + 126 X_{22} + 31 X_{23} + 23 X_{24} + 52 X_{25} + \\
 & + 141 X_{26} + 126 X_{27} + 17 X_{28} + 127 X_{29} + 31 X_{30} + 23 X_{31} + 52 X_{32} + 145 X_{33} + \\
 & + 127 X_{34} + 16 X_{35} + M U_1 + M U_2 + M U_3 + M U_4 + M U_5 + M U_6 + M U_7 + \\
 & + 0 W_1 + 0 W_2 + 0 W_3 + 0 W_4 + 0 W_5
 \end{aligned}$$

V omezeních je zavedena doplňková proměnná W a umělá proměnná U . Při požadavkovém omezení jde o rovnost, neboť práce musí být správně splněny, nemůže být plnění nižší nebo vyšší. Zavedením proměnné U vytvoříme rovnice. Tato proměnná má koeficient $+1$ a v bázi vektorového prostoru vytvoří jednotkový vektor. Prohibitivní sazbou M zabráňujeme jejímu vstupu do řešení. Vstoupí-li tam, jde o nesplněný požadavek a je nutno její složky od účelové funkce odečíst.

U omezení kapacitního jde o restrikcí, neboť může být čerpána část kapacity, nejvýše celá. Jde o omezení shora. Proměnná W má také koeficient $+1$, vytváří rovněž jednotkový vektor, sazbu má nulovou. Tím se vyloučí z hodnoty účelové funkce, jde o fiktivní výrobek. Vstoupí-li do řešení, jde o nevyužitou kapacitu.

4.6 Uspořádání simplexové tabulky

Uspořádání simplexové tabulky obecně je uvedeno v tabulce VII a s dosazením hodnot řešeného příkladu v tabulce VIII. Rozmístění údajů je popsáno přímo v uvedených tabulkách.

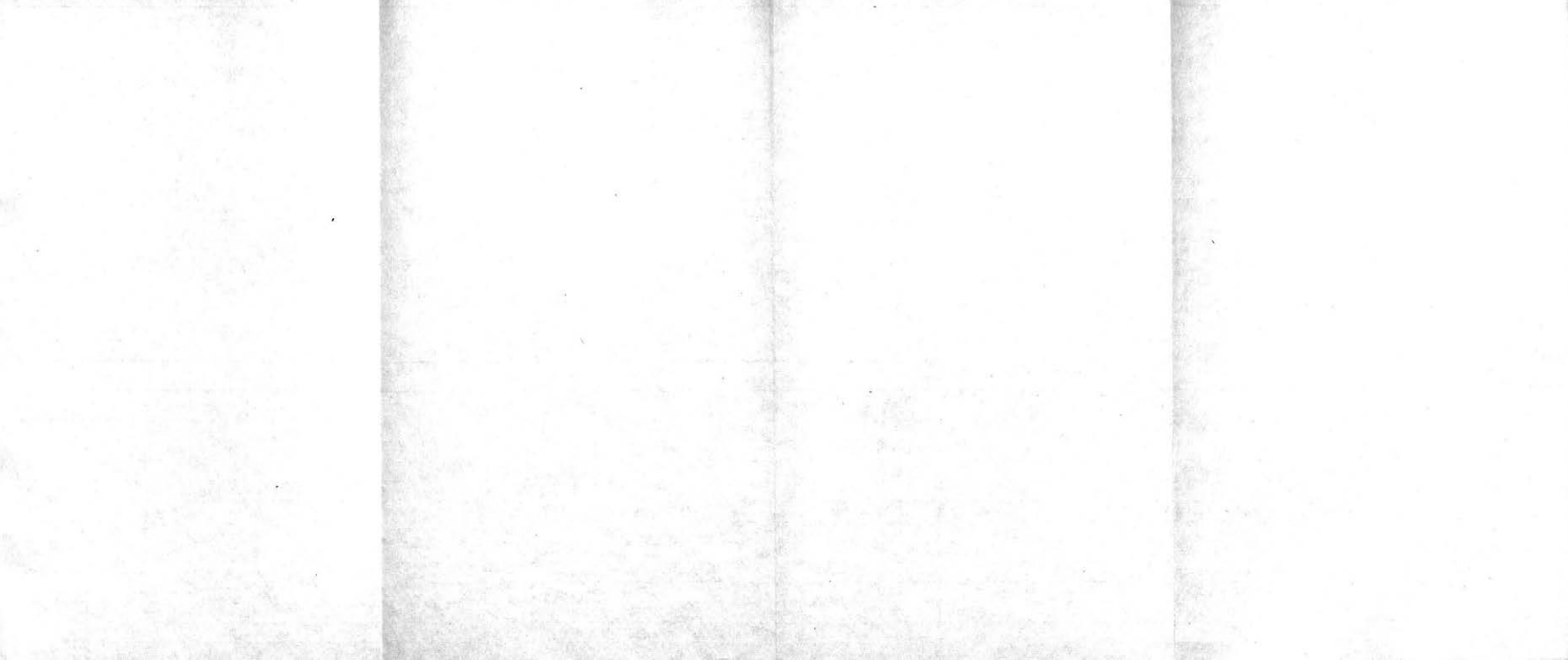
4.7 Výsledné řešení

Samočinný počítač vydal po sedmi krocích optimální řešení a k němu řešení alternativní. Optimální řešení v tabulce IX je vyjádřeno v ha práce přiřazených na typ traktoru. Dále je uvedena hodnota účelové funkce, neboli předpokládané náklady na provedení prací v Kčs. Není-li z jakýchkoliv důvodů možné nasadit stroje podle optimální varianty, lze použít varianty alternativní, jejíž hodnota účelové funkce se jen málo liší od optimální. Alternativní řešení jsou rovněž uvedena ve výsledku počítače; v tomto případě je jich 47. Nejsou zde uváděna pro nedostatek místa.

[illegible]

VIII. Simplexová tabulka po dosazení

[illegible]



Výsledek od počítače	Znači		
	typ traktoru	zatižení	druh práce
7 - (počet kroků)			
X_8 1 097,01	Z 50	1 097,01 ha	orba k ozimům
X_9 1 108,94	Z 50	1 108,94 ha	smykování a vláčení
X_{17} 1 103,60	Z 35 k	1 103,60 ha	rozmetání hnojiv
X_{11} 1 097,19	Z 50	1 097,19 ha	setí a zavlačování
X_{12} 649,66	Z 50	649,66 ha	hluboká orba
X_{13} 699,94	Z 50	699,94 ha	zaorávka chlévské mrvy
X_{14} 447,87	Z 50	447,87 ha	válení jetelovin
X_{43} 129 600	$W_1 = \text{DT 54}$	129 600 kh	nevyužitá kapacita
X_{44} 17 677	$W_2 = \text{Z 50}$	17 677 kh	nevyužitá kapacita
X_{45} 12 670	$W_3 = \text{Z 35 k}$	12 670 kh	nevyužitá kapacita
X_{46} 21 600	$W_4 = \text{Z 3011}$	21 600 kh	nevyužitá kapacita
X_{47} 24 300	$W_5 = \text{Z 25 k}$	24 300 kh	nevyužitá kapacita
- 389 610 = celkové náklady na práce v Kčs. Protože jde o minimalizaci, jsou se znaménkem minus - nutno vzít s plus. Uvedené rozklíčování údajů počítače se provádí ve výchozí simplexové tabulce vyhledáním příslušných vektorů X.			

4.8 Výsledná řešení modelů s jiným kritériem účelové funkce

V tabulkách X–XII jsou výsledky případů, kdy kritériem účelové funkce byla minimalizace času, minimalizace spotřeby nafty v litrech a minimalizace potřeby mechanické energie. V tabulce Xa byly dosazeny jiné kapacity dvou typů traktorů, což podstatně ovlivnilo nasazení všech typů.

4.81 Všechny modely, jejichž výsledky řešení byly uvedeny, měly omezující podmínky vyjádřeny v kh. Výsledky se podstatně neliší od modelů s omezujícími podmínkami v $\varnothing$ ha.

Rozdíly mezi objemem prací podle plánu a mezi součty prací přidělených na traktory výpočtem vznikly zaokrouhlováním vstupních údajů. Rozdíly jsou nepatrné, např. u orby při objemu 1100 ha je rozdíl necelé 3 ha.

Nutno ještě poznamenat, že řešený příklad je částečně zjednodušen, a omezující údaje a sazby se rovněž nemusí křýt se skutečností. Sloužil především k získání důkazu, že takový problém lze řešit uvedeným uspořádáním, což skutečná řešení potvrdila.

5. METODIKY K ZÍSKÁVÁNÍ NORMATIVŮ

Ve stati 3.23 jsou uvedeny způsoby získávání normativů. Ke statistickému získávání není třeba komentáře. Uvádíme proto jen některé metodiky k získávání normativů výpočtem a měřením.

X. Model 9 — minimalizace potřeby času na provedení prací

Optimum Údaje počítače	Typ traktoru	Zatížení	Druh práce
7 – (počet kroků)			
X_1 1 097,01	DT 54	1 097 ha	orba k seti
X_2 1 108,94	DT 54	1 108 ha	smykování a vláčení
X_{17} 1 103,60	Z 35 k	1 103 ha	rozmetání hnojiv
X_4 1 097,19	DT 54	1 097 ha	seti a vláčení
X_5 649,66	DT 54	649 ha	hluboká orba
X_6 699,94	DT 54	700 ha	zaorávání chlévské mrvy
X_7 447,87	DT 54	447 ha	válení jetelovin
X_{43} 28 477	DT 54	28 477 kh	nevyužitá kapacita
X_{44} 118 800	Z 50	118 800 kh	nevyužitá kapacita
X_{45} 12 670	Z 35 k	12 670 kh	nevyužitá kapacita
X_{46} 21 600	Z 3011	21 600 kh	nevyužitá kapacita
X_{47} 24 300	Z 25 k	24 300	nevyužitá kapacita
– 4855,25 = celková potřeba hodin na provedení prací			
Pozn.: Přidělení DT 54 na válcování mělo být zabráněno již dosazením prohibivní sazby. <i>M</i>			

Xa. Model 9 — minimalizace potřeby času na provedení prací

Optimum Údaje počítače	Typ traktoru	Zatížení	Druh práce
8 – (počet kroků)			
X_8 1 097,01	Z 50	1 097,01 ha	orba k ozimům
X_9 1 108,94	Z 50	1 108,94 ha	smykování a vláčení
X_{17} 1 103,60	Z 35 k	1 103,60 ha	rozmetání hnojiv
X_{11} 1 097,19	Z 50	1 097,19 ha	seti a zavlačování
X_{12} 358,43	Z 50	358,43 ha	hluboká orba
X_{13} 699,94	Z 50	699,94 ha	zaorání chlévské mrvy
X_{14} 447,87	Z 50	447,87 ha	válení jetelovin
X_5 291,23	DT 54	291,23 ha	hluboká orba
X_{44} 30 637	$W_2 = Z 50$	30 637 kh	nevyužitá kapacita
X_{45} 12 670	$W_3 = Z 35 k$	12 670 kh	nevyužitá kapacita
X_{46} 21 600	$W_4 = Z 3011$	21 600 kh	nevyužitá kapacita
X_{47} 24 300	$W_5 = Z 25 k$	24 300 kh	nevyužitá kapacita
– 5218,75 = celková potřeba hodin na provedení prací			
Pozn.: Při tabelování vstupních údajů došlo k chybnému záznamu kapacity traktorů DT 54 a Z 50; tím je ovlivněna nevyužitá kapacita i proporce zatížení hloubkou orbou u DT 54 a Z 50			

XI. Model 13 – minimalizace potřeby nafty

Optimum Údaje počítače	Typ traktoru	Zatížení	Druh práce
8 – (počet kroků)			
X_8 1 097,01	Z 50	1 097,01 ha	orba k ozimům
X_2 1 108,94	DT 54	1 108,94 ha	smykování a vláčení
X_{17} 1 103,60	Z 35 k	1 103,60 ha	rozmetání hnojiv
X_4 1 097,19	DT 54	1 097,19 ha	setí a zavlačování
X_{12} 649,66	Z 50	649,66 ha	hluboká orba
X_{34} 53,23	Z 25 k	53,23 ha	zaorání chlévské mrvy
X_{14} 447,87	Z 50	447,87 ha	válení jetelovin
X_{43} 118 565	$W_1 =$ DT 54	118 565 kh	nevyužitá kapacita
X_{44} 52 090	$W_2 =$ Z 50	52 090 kh	nevyužitá kapacita
X_{45} 12 670	$W_3 =$ Z 35 k	12 670 kh	nevyužitá kapacita
X_{27} 646,70	Z 3011	646,70 ha	zaorání chlévské mrvy
X_{47} 22 522	$W_5 =$ Z 25 k	22 522 kh	nevyužitá kapacita
– 55 209,7 = celková potřeba nafty v litrech			

XII. Model 4 – minimalizace potřeby mechanické práce (energie)

Optimum Údaje počítače	Typ traktoru	Zatížení	Druh práce
7 – (počet kroků)			
X_1 1 097,01	DT 54	1 097,01 ha	orba k ozimům
X_2 1 108,93	DT 54	1 108,94 ha	smykování a vláčení
X_{17} 1 103,60	Z 35 k	1 103,60 ha	rozmetání hnojiv
X_4 1 097,19	DT 54	1 197,19 ha	setí a zavlačování
X_5 649,66	DT 54	649,66 ha	hluboká orba
X_6 699,94	DT 54	699,94 ha	zaorávání chlévské mrvy
X_7 447,87	DT 54	447,87 ha	válení jetelovin*)
X_{43} 28 477	DT 54	28 477 kh	nevyužitá kapacita
X_{44} 118 800	Z 50	118 800 kh	nevyužitá kapacita
X_{45} 12 670	Z 35 k	12 670 kh	nevyužitá kapacita
X_{46} 21 600	Z 3011	21 600 kh	nevyužitá kapacita
X_{47} 24 300	Z 25 k	24 300 kh	nevyužitá kapacita
– 103 578 = celková potřeba mechanické energie v kh.			
*) Přiřazení DT 54 na válení jetelovin nebylo zabráněno již v modelu dosazením prohibiční sazby M			

5.1 PŘEPOČET PRACÍ NA PRŮMĚRNÉ HEKTARY

Průměrný hektar ($\varnothing$ ha) je definován jako poměr technické výkonnosti při střední orbě a technické výkonnosti dané práce za stejnou časovou jednotku.

Technická výkonnost při střední orbě je stanovena pro hloubku orby $a = 18$ cm a měrný odpor půdy $k_o = 0,5$ kp/cm², tj. $k_o = 5000$ kp/m².

Koeficient $\varnothing$ ha má výraz:

$$\omega = \frac{W_{\text{tech}}^{\text{so}}}{W_{\text{tech}}^{\text{i}}}$$

kde:

- ω = koeficient $\varnothing$ ha
- $W_{\text{tech}}^{\text{so}}$ = technická výkonnost při střední orbě
- $W_{\text{tech}}^{\text{i}}$ = technická výkonnost při dané práci

Pro obecný výraz musíme obě výkonnosti vyjádřit ve shodných parametrech. Výkonnost pro orbu se zpravidla počítá na agregát, sestavený na základě výpočtu podle Gorjačkinova empirického vzorce. Výkonnost ostatních agregátů lze počítat ve vztahu

$$W = \frac{27}{\kappa} N_h \cdot \eta_{Nh} \cdot \beta \cdot \tau$$

kde:

- W = technická hodinová výkonnost (ha/h)
- κ = měrný odpor (kp/m)
- N_h = výkon na háku traktoru (k)
- η_{Nh} = součinitel využití N_h
- β = součinitel využití záběru stroje
- τ = součinitel využití času

Tento výraz byl zvolen pro snazší výpočet norem při širším rozsahu N_h .

Výkonnost může být vyjádřena i jinými vztahy, např. pro agregáty jen tažené nebo i pracující současně na přímém náhonu.

Pro možnost srovnání obou výkonností vyjádříme obecně i výkonnost při orbě pomocí měrného odporu κ . Vycházíme z úvahy:

Na 1 m² příčného řezu plástu půdy připadá odpor $k_o = 5000$ kp/m². Na plochu širší 1 m a hloubky 0,18 m připadá odpor

$$R = 1 \cdot 0,18 \cdot 5000 = 900 \text{ kp}$$

Uvažujeme-li pro další výpočet hloubku orby jako konstantu, můžeme odpor R uvažovat jako odpor na záběr 1 m bez ohledu na hloubku a položit jej rovný κ' , čili $R = \kappa'$.

Avšak odpor R je jen částí celkového odporu, která má podle Gorjačkina tři složky. Výpočtem podle jeho výrazu lze soudit, že odpor R tvoří podstatnou část celkového odporu pluhu R_{pl} , takže R tvoří asi 83 % R_{pl} . Zbývající dvě složky tvoří tedy 17 % R_{pl} . Proto skutečný měrný odpor při orbě bude:

$$\kappa^o = \kappa' + \frac{\kappa' \cdot 17}{83} = 900 + \frac{900 \cdot 17}{83} = 1085 \text{ kp/m.}$$

Po předcházejících úvahách vyjádříme koeficient ω :

$$\omega = \frac{\frac{27}{\kappa^o} N_h \cdot \eta_{Nh}^o \cdot \beta^o \cdot \tau^o}{\frac{27}{\kappa^i} N_h \cdot \eta_{Nh}^i \cdot \beta^i \cdot \tau^i}$$

kde: index o = pro orbu

index i = pro i -tou práci

Protože uvedený poměr výkonnosti se uvažuje vždy pro stejný typ traktoru, zde vyjádřený výrazem N_h , můžeme vlastně uvažovat jednotkový traktor $N_h = 1$ k. Pracnost $\varnothing$ ha zůstává stejná. Konečný výraz po úpravě:

$$\omega = \frac{\kappa^i \cdot \eta_{Nh}^o \cdot \beta^o \cdot \tau^o}{\kappa^o \cdot \eta_{Nh}^i \cdot \beta^i \cdot \tau^i} \quad (\varnothing \text{ ha/ha})$$

Pro $\varnothing$ ha je ponechán jeho význam jednotky, na kterou lze převádět různé práce. Je však oproštěn od intervenčních zájmů, které např. při plánování a financování zvyšovaly některé práce. Na druhé straně však hodnoty koeficientů narůstají u téže práce do více hodnot v závislosti na různém měrném odporu, tj. na konkrétních podmínkách. Nelze tudíž jednoznačně tvrdit, že např. pro smykování $\omega = 0,22$, čili že 1 ha smykování se rovná 0,22 $\varnothing$ ha, jak tomu bylo u platných koeficientů celostátně, ale hodnota koeficientu se mění podle podmínek zemědělského závodu.

5.2 MECHANICKÁ PRÁCE VYNALOŽENÁ NA HEKTAR

Obecně:

$$A = \frac{L}{F}$$

$$L = P \cdot S$$

kde: A = mechanická práce na zpracování určité jednotky v kpm/m², kpm/ha, kpm/kg apod.

L = mechanická práce v kpm

P = síla (kp)

S = dráha (m)

F = jednotka zpracované plochy, hmoty nebo dosažené produkce

Mechanická práce vztažená na plochu v kh:

$$A = \frac{P \cdot V_p \cdot 1 \cdot 1000}{75 \cdot 3600 \cdot F} \quad (\text{kh/m}^2 \text{ nebo ha podle jednotky } F)$$

jestliže

$$\frac{P \cdot V_p \cdot 1000}{75 \cdot 3600} = \frac{P \cdot V_p}{270} = N_h \quad (\text{k})$$

pak

$$A = \frac{N_h \cdot 1}{F} \quad (\text{kh/ha}) \quad P = Rag$$

kde: P = odpor agregátu (kp)

V_p = pracovní rychlost (km/h)

$$F = W_{sm} = 0,1 \cdot B_p \cdot V_p \cdot T_p \quad (\text{ha/sm})$$

pak

$$A = \frac{N_h \cdot T_p}{0,1 \cdot B_p \cdot V_p \cdot T_p} \quad (\text{kh/ha})$$

- kde: W_{sm} = směnová výkonová norma (ha/sm)
 T_p = počet pracovních hodin za směnu
 $T_p = T \cdot \tau$
 T = doba směny
 τ = koeficient využití doby směny

$$T = T_p + t_x + t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \quad (\text{h})$$

- kde: t_x = čas na technologické zastávky
 t_1 = čas na otáčení
 t_2 = čas na technickou údržbu při směně
 $t_3 + t_4$ = čas na organizační závady a poruchy

Vyjádříme-li

$$R_{ag} = B_p \cdot \kappa \quad N_h = \frac{V_p \cdot R_{ag}}{270}$$

pak

$$B_p = \frac{R_{ag}}{\kappa} \quad V_p = \frac{270 \cdot N_h}{R_{ag}} \quad B_p = B \cdot \beta$$

- kde: B_p = pracovní zátěž
 κ = měrný odpor agregátu
 B = konstrukční šíře stroje
 β = koeficient využití konstrukční šíře
 V_t = teoretická rychlost
 $\eta\delta$ = účinnost prokluzu
 δ = prokluz
 V_p = pracovní rychlost
 $V_p = V_t \eta\delta$
 $\eta\delta = 1 - \frac{\delta}{100}$

Po dosazení

$$A = \frac{N_h \cdot T_p}{0,1 \cdot \frac{R_{ag}}{\kappa} \cdot \frac{270 \cdot N_h}{R_{ag}} \cdot T_p} \quad (\text{kg/ha}) \quad 0,1 - \text{konstanta pro převod na ha}$$

Konečný výraz pro stanovení potřeby mechanické práce na zpracování 1 ha:

$$A = \frac{\kappa}{27} \quad (\text{kh/ha})$$

Měrný odpor agregátu bereme pro každou práci podle konkrétních podmínek. Chceme-li určit celkovou potřebu mechanické práce na 1 ha za celé vegetační období pěstované plodiny, sečteme buď potřebu při jednotlivých pracích, nebo sečteme z jednotlivých prací a dosadíme.

5.3 ZJIŠŤOVÁNÍ POTŘEBY MECHANICKÉ PRÁCE NEBO Ø ha MĚŘENÍM

Ke zjišťování potřeby mechanické práce na 1 ha kterékoliv práce mohou sloužit měřicí přístroje; nazveme je praceměry. Mohou měřit přímo na poli jak potřebu energie, tak i zjišťovat, kolik Ø ha představuje skutečný 1 ha měřené práce. V praxi nejsou rozšířeny, je jich málo, jsou vyřešeny spíše teoreticky.

5.31 Přístroj zkonstruovaný prof. S. A. Iofimovem z Leningradského institutu zemědělských inženýrů a V. M. Šeptovickým za účasti konstruktérského byra GSKTB umožňuje měřit výkonnost agregátu současně ve fyzických i poměrných jednotkách.

Fyzické jednotky udává:

- pro ujetou dráhu v km
- pro zpracovanou plochu v ha
- pro přepravu v tkm.

Poměrné jednotky vyjadřuje:

- v Ø ha
- v normosměnách
- v normativních kpm pro mechanickou energii.

Obojí jednotky jsou registrovány souběžně na dvou počítačích, a to narůstajícím způsobem. Které jednotky budou registrovány, záleží na úpravě a zapojení přístroje na mechanismus agregátu. V každém případě je zapojením na hřídel převodovky měřena ujetá dráha. Příslušný prokluz je pro dané podmínky anulován variátorem, který se nastavuje při první jízdě po odměřené trati.

Pro skutečné ha se vychází ze vztahu:

$$W_{ha} = S \cdot B$$

kde: W_{ha} = počet ha
 S = ujetá dráha
 B = záběr agregátu

K vyloučení jízdy naprázdno slouží zařízení vypínající počítač při vyhloubení náradí z půdy.

Pro tkm platí:

$$W_{tkm} = S \cdot Q$$

kde: W_{tkm} = počet tkm
 S = ujetá dráha (km)
 Q = náklad (t)

Příslušná šíře agregátu nebo váha nákladu se nastavuje na zvláštním mechanismu v určitém měřítku.

Druhý počítač vyjadřuje $\varnothing$ ha a kpm. Pro $\varnothing$ ha vychází ze vztahu:

$$W_{\varnothing ha} = W_{ha} \cdot K$$

kde: $W_{\varnothing ha}$ = počet $\varnothing$ ha

W_{ha} = počet skutečných ha

K = předem stanovený přepočítávací koeficient na $\varnothing$ ha, který se nastaví opět na mechanismus

Pro vyjádření mechanické práce (energie) se vychází ze vztahu

$$L = P \cdot S$$

kde: L = mechanická práce v kpm

P = odpor agregátu

S = dráha

Na mechanismu se nastavuje dynamometrem zjištěný odpor agregátu.

5.32 Několik druhů přístrojů vyvinul také profesor Tbiliského institutu G. J. Šchvacabaja a kolektiv katedry zemědělských strojů [11]. Je jimi možno zjišťovat jednak energetickou náročnost jednotlivých prací v kpm/ha nebo energetickou náročnost stanoveného množství produktu v kpm/m³, jednak energetiku jednotlivých typů traktorů a strojů podle vynaložené kapacity.

Pro zjišťování mechanické práce vyvinul dva principiálně odlišné přístroje: praceměr tahový a praceměr otáčivý. Tahový se zapojuje na hák traktoru, otáčivý na otáčivé části stroje, např. na hřídel mezi motorem a převodovkou traktoru nebo na hřídel kola tažného stroje. Otáčivý umožní měřit práci vynaloženou jak na jednotlivé uzly stroje, tak na celý agregát traktoru a stroje. Tahový zjišťuje práci vynaloženou přes závěsný stroj. Tato práce je vyjadřována podle vztahu:

$$A_T = k \cdot \varepsilon \quad (\text{kpm})$$

kde: k = měřítko tahového praceměru

ε = číselný údaj počítáče praceměru

Vynaložená práce se skládá ze složek:

$$A_T = A_n + A_x + A_\delta$$

kde: A_n = práce vynaložená na technologický proces

A_x = práce na přemísťování vyhloubeného stroje

A_δ = práce ztracená prokluzem

Tyto složky lze zjišťovat souhrnně i jednotlivě.

5.4 STANOVENÍ KAPACITY TRAKTORŮ (v $\varnothing$ ha a kh)

5.41 Stanovení kapacity traktorů s příslušným strojem spočívá v tom, že z výkonnosti traktoru v ha střední orby za směnu, což je vlastně počet $\varnothing$ ha za směnu, stanovíme počet možných $\varnothing$ ha za celé období.

Vliv počasí můžeme respektovat v počtu pracovních hodin za směnu nebo pracovních dnů za období.

5.42 Počet kh lze počítat z poměru hodinové a měrné spotřeby paliva a korigovat jej účinností transmise. Např. pro DT 45:

Hodinová spotřeba $Q = 11,8$ kg/h, měrná $q = 218$ g/kh, účinnost transmise $\eta_t = 0,65$.

Počet kh za hodinu provozu:

$$N_{kh} = \frac{Q}{q} \eta_t = \frac{11,8 \cdot 1000}{218} 0,65 = 35,6 \text{ kh/h}$$

Jednodušší je způsob výpočtu z výkonu na háku. Např. DT 54 má výkon na háku $N_h = 36 \text{ k}$, což je za hodinu provozu 36 kh. Rozdíl mezi výsledky je způsoben hodnotou účinnosti transmise. K užitečné práci lze využít v průměru asi 90 % kh, proto celkovou kapacitu korigujeme koeficientem 0,9.

5.5 ZÍSKÁVÁNÍ ÚDAJŮ PRO VÝPOČTY

V zemědělském závodě bude v současné době patrně činit potíže získávání údajů pro uvedené výpočty, zejména měření měrných odporů při tahových zkouškách dynamometrem i měření pracnosti popsanými přístroji, a to pro jejich nedostatek.

Bude tedy snadnější cesta přes spotřebu paliva na 1 ha práce u konkrétního agregátu, kde spotřeba paliva může být získána statisticky i za několik roků. Známe-li tedy potřebu paliva na 1 ha práce v litrech a vyjádříme-li v litrech i měrnou spotřebu traktoru, získáme počet kh prostým vydělením.

Podobně můžeme vyjádřit i počet $\varnothing$ ha. Známe-li spotřebu paliva na 1 ha střední orby (popř. jiné práce, na kterou bychom ostatní převáděli) a dělíme-li jí spotřebu paliva u jiných prací, dostaneme počet $\varnothing$ ha.

Prostřednictvím spotřeby paliva lze tedy vyjadřovat jak kapacitu traktorů, tak objem prací, a to v $\varnothing$ ha i kh. Vyžaduje to ovšem přesnou evidenci spotřeby paliva jednak podle prací, jednak podle traktorů, i evidenci výkonů. Pro přesnost a pravdivost sazeb pak je nutná i evidence nákladů.

5.6 VÝPOČET NORMATIVŮ PRO SAZBY

5.61 Výkonnost v ha/h nebo h/sm., popř. v $\varnothing$ ha/h, byla v podstatě probrána vpředu. Snadný je i výpočet hodinové spotřeby paliva a při známé výkonosti v ha/h i potřeby paliva v l/ha. V dalším je proto uveden jen výpočet nákladů na mechanickou práci jako jeden z možných způsobů.

5.62 Náklady na mechanickou práci vynaloženou na 1 ha:

$$N_{ha} = N_{ha}^t + N_{ha}^s$$

$$N_{ha}^t = N_{kh}^t \cdot A$$

kde: N_{ha} = náklady na 1 ha v Kčs/ha
index t = vztaženo na traktor
index s = vztaženo na stroj
 N_{kh} = náklady na kh v Kčs/kh
 A = měrná mechanická práce kh/ha

Podíl nákladů na traktory, jimiž se podílejí na 1 kh mechanické práce předávané na pracovní stroj:

$$N_{kh}^t = N_p \cdot G_{kh}$$

kde: N_p = podíl přímých provozních nákladů připadajících na 1 litr spotřebované nafty v Kčs/l
 G_{kh} = spotřeba nafty na 1 kh (l/kh)

$$G_{kh} = \frac{q}{1000 \cdot \gamma \cdot \eta_t}$$

kde: γ = specifická váha nafty

$$\eta_t = \text{účinnost transmisie} = \frac{N_h}{N_e}$$

N_e = efektivní výkon (k)

N_h = výkon na háku (k)

q = měrná spotřeba paliva (g/kh)

Podle regulátorové charakteristiky má průběh q v příslušné oblasti menší změny než průběh hodinové spotřeby Q , takže není taková nepřesnost při změně zatížení; hodnota q zůstává téměř stejná. Rovněž průběh křivky tahové účinnosti má u traktoru pro běžné pracovní rychlosti jen malou změnu a pohybuje se kolem 0,6–0,7.

Konečný výraz nákladů na traktor, zatěžujících 1 ha:

$$N_{ha}^t = N_{kh}^t \cdot A \quad (\text{Kčs/ha})$$

$$N_{ha}^t = N_p \frac{q}{1000 \cdot \gamma \cdot \eta_t} \cdot \frac{\kappa}{27}$$

$$N_{ha}^t = \frac{N_p \cdot q \cdot \kappa}{27\,000 \cdot \gamma \cdot \eta_t} \quad (\text{Kčs/ha})$$

$$\text{kde: } A = \frac{\kappa}{27}$$

$$N_{kh} = N_p \cdot G_{kh}$$

$$G_{kh} = \frac{q}{1000 \cdot \gamma \cdot \eta_t}$$

Složky nákladů na 1 litr nafty se určí tak, že vztažnou jednotkou není hodina práce, ale litr spotřebované nafty, neboť evidence nafty je také přesnější.

Náklady na 1 litr nafty mají složky

$$N_p = N_{am} + N_{op} + N'_p \quad (\text{Kčs/l})$$

$$N_{am} = \frac{A - V}{Q} \quad N_{op} = \frac{N_o^t}{Q} \quad N'_p = h$$

kde: N_{am} = náklady na amortizaci traktoru

N_{op} = náklady na opravy traktoru

N_p = náklady na PHM

A = pořizovací cena traktoru

V = cena vraku

Q = celková spotřeba nafty za životnost

h = cena 1 litru nafty (komplexní)

N_o^t = náklady na opravy traktoru za životnost

$$N_p = \frac{A - V}{Q} + \frac{N_{op}^t}{Q} + h \quad (\text{Kčs/l})$$

Po dosazení

$$\text{Traktor } N_{ha}^t = \left(\frac{A - V}{Q} + \frac{N_{op}^t}{Q} + h \right) \frac{q \cdot \kappa}{27\,000 \cdot \gamma \cdot \eta_t} \quad (\text{Kčs/ha})$$

Náklady na zemědělský stroj, zatěžující 1 ha plochy:

$$N_{\text{ha}}^s = N_{\text{kh}}^s \cdot A$$

$$N_{\text{kh}}^s = \frac{a_s}{L_s} \quad (\text{Kčs/kh})$$

kde: N_{kh}^s = náklady na 1 kh přenesenou strojem

A = mechanická práce přenesená strojem na zpracování 1 ha

a_s = veškeré náklady na provoz stroje za celou životnost

L_s = veškerá mechanická práce, přenesená strojem za životnost

L_s vyjádřeno množstvím spotřebovaných pohonných hmot (nafty) a měrné spotřeby nafty:

$$L_s = Q_s \frac{1000 \cdot \gamma \cdot \eta_t}{q} \quad (\text{kh})$$

kde: Q_s = celkové množství nafty, které traktor spotřebuje za dobu exploatace stroje

$$N_{\text{ha}}^s = \left(\frac{A_s - V}{Q_s} + \frac{N_o^s}{Q_s} \right) \frac{q \cdot \kappa}{27\,000 \cdot \gamma \cdot \eta_t} \quad \text{Kčs/ha}$$

Celkové náklady na 1 ha práce dostaneme součtem složek traktoru a závěsného stroje

$$N_{\text{ha}} = N_{\text{ha}}^t + N_{\text{ha}}^s \quad (\text{Kčs/ha})$$

5.63 Náklady na 1 ha.

Náklady na 1 ha obdržíme z nákladů na 1 ha pomocí koeficientu pro přepočítání na 1 ha, jímž známé náklady na 1 ha vydělíme.

Poznámka: Náklady na mzdy nebyly uvažovány. K hektarovým nákladům, získaným uvedeným způsobem, se přičtou podle skutečnosti.

6. ZÁVĚR

Velké zemědělské závody vlastní vysoké počty traktorů a závěsných, popř. samostatných strojů, jimiž zajišťují velký objem polních prací. Práce lze provádět různou kombinací nasazených strojů, přičemž každé kombinaci odpovídá jiná výše nákladů na jednotku plochy nebo jiná výkonnost. Jak doba na vykonání prací, tak zdroje finančních, materiálových aj. prostředků jsou omezeny. Stroje by měly být nasazeny v takové sestavě, aby splnily úkol co nejvýhodněji. Pojem výhodný je ovšem relativní; jednou je to co nejrychleji, jindy co nejlaciněji, jindy s určitým limitem nákladů co nejrychleji nebo ve stanovené době co nejlaciněji apod.

Výběr vhodné varianty v rámci omezujících kritérií je usnadněn použitím matematických metod.

Protože součty prací, přidělených na jednotlivé typy traktorů, nemohou být vyšší než kapacity traktorů, a naopak na traktory nemůže být přiděleno více prací než činí objem prací podle druhů i celkem, je možno tuto skutečnost vyjádřit soustavou lineárních rovnic a nerovností. Rovněž náklady na jednotku výkonu v podstatě s narůstáním práce nestoupají ani neklesají, vztaženy ovšem na období životnosti strojů. To umožňuje formulovat problém rozdělení strojů na práce jako problém lineárního programování.

Použitelnost lineárního programování i řešitelnost naznačeného problému byla vyšetřována na obecném příkladu. K řešení bylo použito simplexové metody s výpočtem na samočinném počítači. Výsledek potvrdil správnost formulace i celkového uspořádání výchozích údajů a tím i jejich použitelnost. Bylo by účelné vyzkoušet možnost lineárního programování přímo pro zemědělský závod. Požadavek návaznosti prací a agrotechnických lhůt povede pravděpodobně k velmi rozměrným problémům. Program pro samočinný počítač by byl zřejmě vhodnější pro celkové rozvahy, např. pro řešení mechanizačního vybavení při sestavování CVFP či VFP, popř. při hledání optimálního výrobního programu. Pro orientační výpočty v sezónních pracích lze uplatnit některou metodu s ručním výpočtem, např. VAM, a vliv agrotechnických lhůt popř. respektovat ještě rozdělením sezóny na kratší období.

Pro uplatnění lineárního programování je nutno vzít v úvahu některé okolnosti. Řešený příklad byl jednoduchý. Omezena byla jen kapacita traktorů a objem prací. Pouze u jedné práce bylo zabráněno nasazení dvou typů traktorů dosazením prohibitivní sazby. V praxi může dojít k řadě omezení. Např. některé práce lze konat jen určitým typem strojů, přičemž jejich zbývající kapacita může být použita i na jiné práce (meziřádková kultivace traktorem Z 25k, který ovšem ve volném čase může být použit i na jiné práce). To lze vyjádřit formou doplňkových omezení, přičemž se ve formulaci dopíše příslušná rovnice nebo nerovnost.

Rozsah prací, počet traktorů a doplňkových omezení má vliv na rozměr výchozí tabulky. Proto je pro vyjádření kapacit a požadavků výhodné použít přepočtu na jednotkovou práci nebo je vyjadřovat jednotkou mechanické práce, což podstatně rozměr tabulky zmenší.

Z výsledků řešení lze posuzovat nejen způsob rozdělení strojů na jednotlivé práce a výši předpokládaných nákladů, ale ukáže se i nevyužitá kapacita nebo nezajištěný požadavek. Zpětně lze posuzovat i výhodnost skladby strojů traktorového parku, ovšem jen z určitého omezeného okruhu hledisek.

K uplatnění uvedené metody by bylo třeba vycházet z agrotechnického plánu a z plánu mechanizovaných prací, používat jen pravdivých údajů o kapacitách strojů a požadavcích na práce a získávat a používat objektivní sazby, tj. náklady na jednotku práce, časové normy, výkonové normy, normy spotřeby paliva apod.

Nutno poznamenat, že jde jen o způsob získávání údajů k rozhodování a že kvalita těchto výstupních údajů závisí na kvalitě vstupních údajů, že existují ještě další vlivy, které musí posoudit člověk. Uplatnění této metody by pak mělo být spojeno se zvýšením celkové úrovně řídicí práce.

Došlo dne 5. 7. 1966

Literatura

1. Arabov, I. A.: Racionalnye metody raspredelenija traktornych agregatov na sel'skochozjajstvennyh rabotach. Mechanizacija i elektrifikacija, 1957, 1. —
2. G o b e r m a n, L. A.: Matematičeskie metody rasčeta transportnych operacij v sel'skom chozjajstve. Mechanizacija i elektrifikacija, 1962, 1. —
3. K a d l e c, V. - H r u b e š, A.: Využití samočinných počítačů v zemědělské výrobě. Praha SZN 1962. —
4. K a d l e c, V. - V o d á č e k, L.: Praktická aplikace metod lineárního programování. Praha NPL 1962. —
5. K a n t o r o v i č, L. V.: Ekonomičeskij rasčet najluchšego ispolzovanija resursov. IAN SSSR, 1960. —
6. K o r d a, B.: Učebnice lineárního programování. Praha SNTL 1962. —
7. K r u p i č k a, B.: Otázky počtu a rozmístování traktorů na polní práce při použití lineárního programování. Kandidátská disertační práce, ČSAV-VÚZT v Řepích 1964. —
8. M y s l i v e c, V.: Matematické metody a možnosti použití v zemědělství. Zemědělská ekonomika, 1964, 1-2. —
9. P u š k a r e v, P. V. - Š k r e d o v, L. F. - M a k s i m o v, T. T.: Primenenie vyčislitelnych mašin

dlja rasčeta potrebnosti kolchozov i sovchozov v tehnike. Mechanizacija i elektrifikacija, 1963, 2. — 10. Svirščevskij, B. S.: Využivanje strojového a traktorového parka. Slovenské vydání 1956. — 11. Šchvacabaja, G. J.: Izmeritelnyje pribory. IGOTKZCI, Tbilisi 1959. — 12. Tolpekin, S. Z.: Ekonomicko matematické modely a výpočty STP. Zemědělská ekonomika, 1964, 1-2. — 13. Vaněk, K.: Výpočet nákladů mechanizovaných prací v rostlinné výrobě JZD. Praha SZN 1963.

Линейное программирование и электронно-вычислительные машины при руководстве эксплуатацией машинно-тракторного парка

Приведенная статья занимается решением проблемы распределения тракторов для полевых работ при помощи симплексного метода линейного программирования и вычисления на электронно-вычислительной машине.

При большом количестве видов работ и тракторных агрегатов, каждый из которых имеет иную производительность и иные расходы на единицу труда, возникает возможность разной комбинации включения машин, а тем самым и выполнения работ с разным эффектом. В статье выдвинуто требование — выполнить работы в агротехнические сроки с минимальными расходами. Для выбора варианта включения в работу машин был применен симплексный метод. Проблема формулировалась как проблема линейного программирования и была вычислена на электронно-вычислительной машине.

В статье рассматриваются единицы, при помощи которых выражены ограничивающие условия, как мощность тракторов и объем работ, а также рассматриваются критерии целевой функции, которым выполнение задания подчиняется. Приводятся разные варианты формулировки подобных проблем и возможности организации и комбинирования исходных данных. Было проведено вычисление задач по минимализации расходов, минимализации затраты времени, минимализации расхода горючего и минимализации потребности в механической энергии.

Рационально мощность и требования выражать в единицах труда или в единицах механического труда. Приводятся краткие методики для установления указанных единиц и относящихся к ним тарифов. Полученные с их помощью данные представляют нормативы для вычислений.

При выполнении условия, что исходные данные для вычисления будут соответствовать действительности и правильно ее отображать, описанный способ получения основных данных для руководства эксплуатацией машин применим.

Linear Programming and Automatic Computers in the Taking of Decisions regarding the Utilization of the Machine and Tractor Park

The present article deals with the solving of the problem of the distributing of tractors for field work by means of the simplex method of linear programming calculated on an automatic computer.

In the case of a larger number of operations and tractor aggregates, each of which has a different output and costs per work unit, there arises the possibility of different combinations of the employment of machines and so of the completing of work with differing effects. In the paper the requirement has been set up to complete the work in the agrotechnical term with a minimum of costs. For the selecting of the variants of the employment of machines the simplex method was used. The problem was formulated as a problem of linear programming and was calculated on an automatic computer.

In the paper the author deals with the units expressing the limiting conditions, which are the capacities of the tractors and the volume of work, and with the criteria of the functional purpose, to which the fulfilling of the task is subjected. The article mentions different variants of the formulation of similar problems and possibilities of arrangement and combinations of initial data. A calculation was carried out for the task of a minimalization of costs, minimalization of required time, minimalization of fuel consumption, and of a minimalization of the need for mechanical energy.

It is advantageous to express the capacity and the requirements in per unit work or in units of mechanical work. There are descriptions of concise methods for

the determination of the mentioned units and respective rates. The data obtained in this way form the standards for calculation.

In case the pre-condition is fulfilled, i. e. that the original data for the calculation conform to facts, the described method of obtaining basic data for decisions regarding the utilization of machines is applicable.

Die lineare Programmierung und automatische Rechenmaschinen bei der Entscheidung über die Ausnützung des Maschinen- und Schlepperparks

Der Aufsatz befaßt sich mit der Lösung des Problems der Verteilung von Schleppern für Feldarbeiten mittels der Simplexmethode der linearen Programmierung mit der Berechnung auf der automatischen Rechenmaschine.

Bei einer größeren Anzahl von Arbeiten und Schlepperaggregaten, von denen jeder eine andere Leistungsfähigkeit und Aufwände auf die Arbeitseinheit hat, entsteht eine Möglichkeit verschiedener Kombinationen beim Einsatz der Maschinen und damit die Erfüllung der Arbeiten mit verschiedenem Effekt. In diesem Aufsatz wurde eine Anforderung gegeben, um die Arbeiten in einem agrotechnischen Termin mit minimalen Aufwänden zu erfüllen. Zur Auswahl der Variante des Maschineneinsatzes wurde die Simplexmethode angewendet. Dieses Problem wurde als ein Problem der linearen Programmierung formuliert und mit der automatischen Rechenmaschine berechnet.

Im Aufsatz werden die Einheiten behandelt, durch die die Beschränkungsbedingungen ausgedrückt werden, die die Kapazität der Schlepper und das Arbeitsmaß vorstellen, und über die Kriterien der Zweckfunktion, denen die Erfüllung der Aufgabe unterliegt. Es werden verschiedene Varianten der Formulierung ähnlicher Probleme und Möglichkeiten der Einrichtung und der Kombination der Ausgangsangaben angeführt. Es wurde eine Berechnung für die Aufgaben der Minimalisierung der Aufwände, der Minimalisierung des Zeitverbrauches, der Minimalisierung des Brennstoffverbrauches und der Minimalisierung des Verbrauches der mechanischen Energie durchgeführt.

Es ist zweckmäßig, die Kapazität und die Anforderungen in einer einheitlichen Arbeit oder in Einheiten der mechanischen Arbeiten auszudrücken. Es werden kurze Methodiken zur Feststellung der angeführten Einheiten und hiezu beziehenden Sätzen angeführt. Die Angaben, die dadurch erreicht wurden, bilden die Normativen zu den Berechnungen.

Bei der Erfüllung der Voraussetzung, daß die Ausgangsangaben zur Berechnung der Wirklichkeit entsprechen und diese wahrgenommen werden, ist die beschriebene Art der Gewinnung von Unterlagen zur Entscheidung über die Ausnützung der Maschinen anwendbar.

Adresa autora:

Ing. Bohumil Krupička, CSc., Vyspá škola zemědělská, fakulta mechanizace, katedra vnitropodnikové mechanizace, Suchdol u Prahy

631.3.001.4 620.17 531.7 681.2

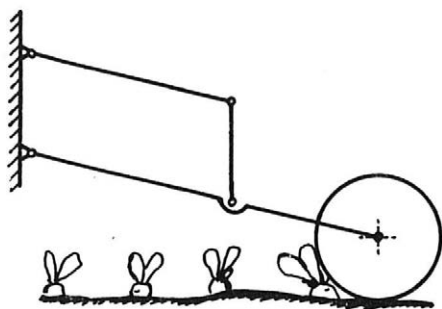
**1. STRUČNÝ POPIS METODY ŘEŠENÍ KINEMATIKY
MECHANISMŮ A PROCESŮ NA ZEMĚDĚLSKÝCH
STROJÍCH RYCHLOSTNÍ KAMEROU**

Při výzkumu, konstrukci a zkoušení zemědělských strojů se stále častěji setkáváme s nutností zjistit kinematické poměry mechanismů strojů nebo procesů, které v nich probíhají. Jde vždy v podstatě o určení dráhy, rychlosti a zrychlení sledovaného bodu, nebo o další aplikace na dynamiku procesu.

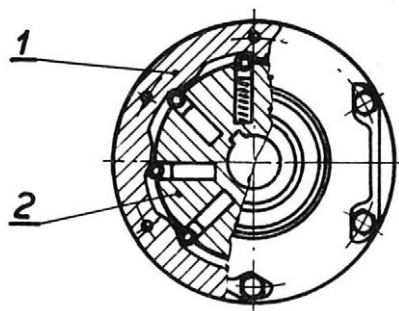
Pro výzkum zemědělských strojů jsou z hlediska kinematiky specifické dvě skutečnosti. Velká část řešených případů nedovoluje svým charakterem připevnit měřicí elementy na sledovanou částici materiálu nebo na člen mechanismu. Sem patří všechna měření procesů, při nichž se pracovní orgány nebo části stroje stýkají se zpracovávaným materiálem. Jeho fyzikální vlastnosti nelze pro potřebu měření jednoznačně určit. Jde např. o sypké materiály při rozmetání umělých hnojiv, jednotlivé hlízy brambor při třídění, proud zrnin v separátoru apod.

Mimo výše uvedené je další charakteristickou zvláštností, že u mnohých mechanismů (myšleno ve smyslu kinematickém) nelze provádět rozbory a závěry pouze na základě teoretické kinematiky, ale je nutné experimentální měření.

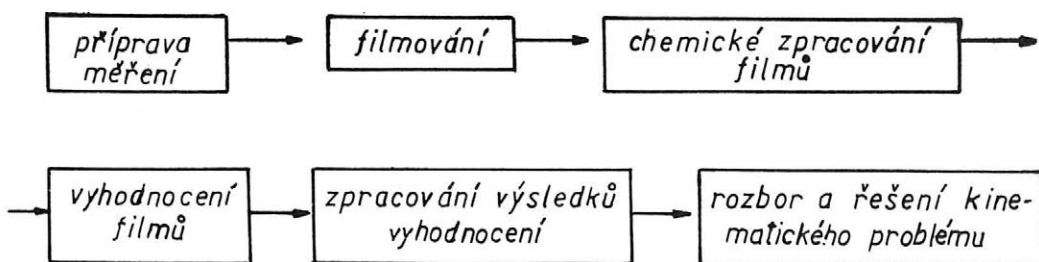
Příkladem může být hmatací mechanismus ořezávače řepného chrástu (obr. 1), jehož jedním „členem“ je řepná bulva, která nemá ani tvarovou určitost, ani polohovou stálost, nebo klasický mechanismus pojistné spojky (obr. 2), kde vlivem pohonu a různé



1. Zjednodušené kinematické schéma hmatacího mechanismu ořezávače řepného chrástu



2. Schéma mechanismu pojistné spojky
1 — rohatka, 2 — rotor s válečky a pružinami



3. Postup prací při řešení kinematického problému pomocí rychlostní kamery

tuhosti hřídelů zemědělského stroje dochází při práci spojky k proměnlivé a rozdílné úhlové rychlosti částí 1, 2 a tím i k ovlivnění funkce spojky.

Všechny tyto a jiné případy lze řešit metodou rychlostní kinematografie, kterou je možno zvláště při výzkumu zemědělských strojů široce uplatnit.

Tato metoda řešení se skládá z několika částí, z nichž každá je dána určitou skupinou prací (obr. 3).

Není účelem článku podrobně popisovat jednotlivé části metody, nýbrž jen ukázat, která skupina je zatím brzdou jejího rozvoje, a nalézt řešení tohoto problému.

Pouze část první a celá poslední skupina je vlastní vědeckou prací na problematice, avšak žádnou z ostatních skupin prací nelze vynechat, i když jsou proveditelné méně kvalifikovanou pracovní silou. Teprve časový rozbor jednotlivých částí dává obraz o pohotovosti a možnosti použití metody.

Hlavním faktorem, který ovlivňuje potřebný čas na jednotlivé práce, je přístrojové vybavení. Je samozřejmé, že postup i řešení problému je individuální. Záleží na podmínkách, možnostech a na tlaku, který vyvíjí samotná praxe na zpracování metody. Proto bude dále popsán postup a řešení tak, jak je realizováno ve Výzkumném ústavu zemědělských strojů v Chodově u Prahy, kde je tato metoda uznávanou a již vžitou při řešení výzkumných prací ústavu i výrobních podniků oboru.

Příprava měření se skládá z části teoretické a praktické a v podstatě nevyžaduje žádné přístrojové vybavení. Teoretická část spočívá v předběžném teoretickém řešení otázky, z něhož vyplynou všechny požadavky na měření. Po určení veličin ovlivňujících děj a po zjištění jejich vzájemných závislostí je možno sestavit metodu měření. Tato část metody je případ od případu různá a je součástí vědecké práce na problému, stejně jako poslední skupina prací. Časový rozbor zbývajících prací pro průměrné měření je uveden v tabulce I. Průměrné měření charakterizuje asi 50 dílčích měření, tj. 50 natočených filmů. Na každém filmu jsou sledovány průměrně dva body na čtvrtině délky filmu, tj. asi 100 políček při vyhodnocování každého desátého políčka, což představuje celkem 10 000 odečtených poloh bodů.

Praktickou přípravu nelze podstatně zkracovat. Průměrně jeden den stačí k instalaci zařízení, drobným opravám, úpravám a přezkoušení jednotlivých přístrojů a zkušného stroje. Není zahrnuta úprava stroje (průhledy pro kameru a světlo reflektorů) která se uskutečňuje před měřením.

Filmování je podmíněno rychlostní kamerou, která je základem celé metody a kterou nelze nahradit. Proto ani tuto skupinu prací není možno podstatně urychlit. Používáme časové lupy ZL 16, výrobek NDR, jejíž technické vybavení umožňuje průměrně 10 měření denně.

Chemické zpracování filmů závisí na dodacích lhůtách v případě, že jsme nuceni zadávat práci do kooperace. Uvedený dodací termín 10 dní je minimální. Proto bude

I. Časový rozbor jednotlivých prací metody pro průměrné měření

Skupina prací	Bez přístrojového vybavení		Předpokládané vybavení VÚZS	
	dny	~ %	dny	úspora dní
Praktická příprava měření (instalace zařízení)	1	0,73	1	0
Filmování	5	3,47	5	0
Chemické zpracování filmů	10	7,30	1	9
Vyhodnocení filmů (souřadnice sledovaného bodu v měřítku)	80	59,00	15	65
Zpracování výsledků vyhodnocení (dráha, rychlost, zrychlení)	40	29,50	3	37
Σ	136	100,00	25	111

naše laboratoř vybavena vyvolávacím automatem, který stačí natočené filmy zpracovat během jednoho dne.

Další dvě skupiny prací, představující klíčový problém metody, jsou podrobněji popsány v následující kapitole.

2. VYHODNOCENÍ FILMU A ZPRACOVÁNÍ VÝSLEDKŮ VYHODNOCENÍ

Vyhodnocením filmu je v tomto případě myšleno získání dráhy sledovaného bodu v potřebné formě a jejího časového průběhu (např. dráha určená souřadnicemi jednotlivých bodů a časem mezi následujícími body nebo od počátku děje). Z výsledků vyhodnocení dráhy a času je dále vypočítána rychlost a zrychlení, jehož je možno popř. použít k řešení dynamických jevů sledovaného procesu.

Vyhodnocení filmu v podstatě zahrnuje i zpracování výsledků vyhodnocení, protože jeho účelem je získání potřebných informací z filmu a obě části na sebe navazují bez nutného přerušení. Avšak způsob praktického získání výsledků je různý, a proto bylo účelné je v tomto případě rozdělit.

2.1 STRUČNÁ TEORIE VYHODNOCOVÁNÍ A ZPRACOVÁNÍ VÝSLEDKŮ VYHODNOCENÍ

Při řešení kinematiky daného problému sledujeme relativní pohyb jednoho nebo více těles vůči jinému tělesu nebo skupině těles, ať již je jejich vzájemná vazba jakákoliv. Základními informacemi jsou relativní dráha bodu a časový průběh děje.

Tím se nám vyhodnocení rozpadá na dvě otázky:

1. zjištění dráhy bodu,
2. zjištění časového průběhu děje.

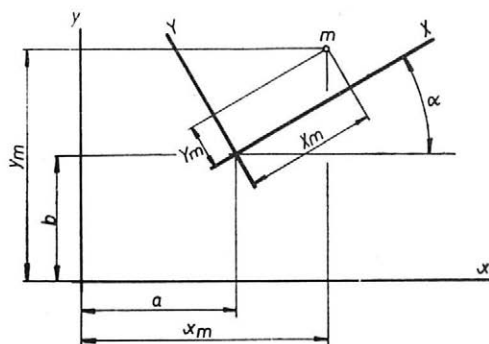
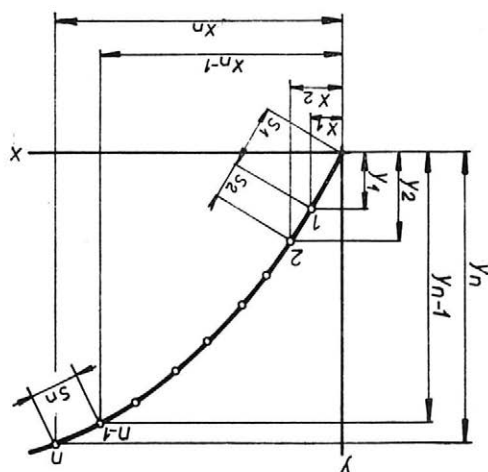
Obě informace lze získat z filmu. Děj je na filmu zachycen, na snímaném objektu jsou označeny body, které nás z hlediska kinematiky zajímají, a mezi okrajem filmu a perforací jsou naexponovány časové značky.

Z dráhy a z časového průběhu získáme průběhy rychlostí a zrychlení.

2.11 Vyhodnocení dráhy bodu

Odměření vzdálenosti bodu od počátku na jednotlivých políčkách filmu dostáváme pro každý bod dráhy dvě souřadnice ve zvolené souřadnicové soustavě (v našem případě pravoúhlá soustava kartézská), uvedené na obrázku 4.

Jednotlivé polohy bodů 1 až n však odměřujeme vždy na jiném políčku filmu. To znamená, že bychom museli předpokládat relativní klid mezi kamerou a souřadnicovým systémem, vůči kterému pohyb vztahujeme. (Souřadnicový systém většinou představují dva body na pevné části sledovaného objektu.) Tento požadavek však lze při snímání



5. Obecná poloha dvou souřadnicových systémů (X, Y) a (x, y)

4. Známkování grafu dráhy sledovaného bodu v pravoúhlé soustavě kartézské

filmu velmi těžko zajistit. Můžeme jej zanedbat jen v případě, že chyba takto vzniklá je v rámci přípustné nepřesnosti. Máme však prakticky zjištěno, že chyba je větší než přípustná nepřesnost. Snímání, při němž dochází k značnému pohybu kamery a snímaného objektu, je při filmování rychlostní kamerou, upevněnou na zemědělském stroji, za jízdy po nerovném terénu velmi časté. Ve většině případů je proto nutno vyloučit chyby až při vyhodnocování. Není-li kamera při svém chodu v klidu a pohybuje-li se i sledovaný objekt, vůči kterému zjišťujeme relativní dráhu bodu, dostáváme bod pohybující se v souřadném systému, který sám o sobě není v klidu, jak je naznačeno na obrázku 5.

Pohyb bodu m je určen souřadnicemi X_m, Y_m v souřadnicovém systému (X, Y), který je vyznačen na stroji nebo na součásti, vůči které pohyb sledujeme. Souřadnicový systém (x, y) může být dán okraji filmového políčka, rámem kamery nebo vyhodnocovacího přístroje. Poloha souřadnicového systému (X, Y) vůči (x, y) je vzhledem k výše uvedeným důvodům na každém políčku jiná a je určena souřadnicemi a, b a úhlem α . Poloha bodu m v (x, y) je dána souřadnicemi x_m, y_m .

Jde o obecnou transformaci souřadnic v rovině, která je dána vztahy:

$$X_m = (x_m - a) \cdot \cos \alpha + (y_m - b) \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

$$Y_m = (y_m - b) \cdot \cos \alpha - (x_m - a) \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

2.12 Určení časového průběhu

Pro dráhy $s_1, s_2 \dots s_{n-1}, s_n$ (obr. 4) je pro další zpracování nutno znát čas $t_1, t_2 \dots t_{n-1}, t_n$, za který se sledovaný bod přemístil po určených drahách. Podrobněji je o tomto problému autorem pojednáno v literatuře [10]. Stručně je možno uvést, že při použití vhodné kamery a vyloučení té části filmu, která proběhne při rozběhu kamery, lze považovat časové úseky mezi jednotlivými políčky přibližně za konstantní.

Pak

$$t_1 \doteq t_2 \doteq \dots \doteq t_{n-1} \doteq t_n = t$$

v případě, že polohy bodu na filmu vyhodnocujeme vždy po stejném počtu políček.

Časová konstanta se pak rovná

$$t_k \doteq \frac{1}{f} \cdot n \quad (3)$$

kde: f = frekvence snímání (s^{-1})

n = počet políček mezi vyhodnocovanými polohami

Tento postup je velmi zjednodušený a neodpovídá plně skutečnosti. Na tomto problému se ve VÚZS pracuje. Jeho vyřešení však přispěje pouze ke zvýšení přesnosti této části metody při zhruba stejných časových nárocích. Zatím stačí konstatovat, že čas $t_1 \dots t_n$ lze přesně a rychle určit (řádově v hodinách).

2.13 Zpracování výsledků vyhodnocení

Dráha bodu, vhodná pro další zpracování (obr. 4), je vzdálenost mezi body $n - 1$ a n

$$s_n = \sqrt{(y_n - y_{n-1})^2 + (x_n - x_{n-1})^2} \quad (4)$$

kde za x_n dosadíme n -tou souřadnici bodu m , tj. X_{m_n} ze vzorce (1). Dosazení dalších hodnot je analogické.

Z dráhy s_n a času t_n , resp. t_k , lze určit rychlosti a zrychlení sledovaného bodu. Průměrná rychlost mezi body $n, n - 1$ (obr. 4) je dána přemístěním sledovaného bodu po dráze s_n za čas t_n , resp. t_k .

$$v_n = \frac{s_n}{t_n} = \frac{\sqrt{(y_n - y_{n-1})^2 + (x_n - x_{n-1})^2}}{t_n} \quad (5)$$

Průměrné zrychlení přímočarého pohybu je dáno rozdílem průměrných rychlostí v_n a v_{n-1} za čas t_n , resp. t_k :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{v_n - v_{n-1}}{t_n} = \\ &= \frac{\sqrt{(y_n - y_{n-1})^2 + (x_n - x_{n-1})^2}}{t_n^2} - \frac{\sqrt{(y_{n-1} - y_{n-2})^2 + (x_{n-1} - x_{n-2})^2}}{t_n \cdot t_{n-1}} \end{aligned} \quad (6)$$

Ze vzorců (4 – 6) je zřejmé, že určení hodnot s_n, v_n, a_n je pouze otázkou matematického zpracování hodnot získaných vyhodnocením.

Při zpracování 10 000 hodnot průměrného měření je zapotřebí vyčíslit 30 000 vzorců. Uvažujeme-li 30 s na jeden vzorec, trvá výpočet 30 dní. Protože při výpočtu je velká pravděpodobnost výskytu nahodilých chyb, musíme uvažovat alespoň 10 dní pro kontrolu výpočtu. Tato úvaha není prakticky lehce splnitelná. Výpočet by muselo dělat více lidí, protože stereotypní práci nemůže s ohledem na přesnost konat jeden člověk celý měsíc.

Zatím byla tato otázka řešena tak, že byly vyhodnocovány jen velmi krátké úseky filmu a jejich výsledky byly brány jako informativní hodnoty. Mnoho cenných informací zůstávalo na filmu, který byl vyhodnocen kvalitativně pouze několikanásobným promítáním. Proto byl ve VÚZS navržen tento postup:

1. Předání používaných vzorců n. p. Kancelářské stroje, který podle nich sestaví program pro číslicový počítač. Tento bod je jednorázový.
2. Předání vyhodnocených souřadnic jednotlivých bodů s přiřazením časových údajů v číslicové formě.
3. Zpracování souřadnic na počítači podle požadavků (výsledky buď v tabelární formě, nebo na děrné pásce).
4. Zpracování výsledků získaných z počítače pro vlastní práci, popř. grafické zpracování různých závislostí na vynášecí křivce se vstupem na děrnou pásku.

V posledním bodu je uvažováno využití vynášecí křivky, který má být ve VÚZS používán. Dráha sledovaného bodu může být vyjádřena parametricky různými závislostmi sledovaného mechanismu. Na vynášecí křivce pak lze vynést grafickou závislost libovolného parametru na libovolné kinematické veličině, např. v závislosti na čase, máme-li jejich průběh na děrné pásce z číslicového počítače. Tím je vyřešena otázka rychlého a přesného zpracování vzorců (4), (5), (6). Nevyřešeno však zůstává získání a zpracování hodnot ve vzorcích (1) a (2), tj. vlastní vyhodnocení filmu.

Předem je nutno vyloučit ruční vyhodnocování, které nevyhovuje malou přesností a velkou pravděpodobností nahodilých chyb. Doba vyhodnocení je dána prakticky zjištěnou hodnotou 125 vyhodnocených bodů denně, což je při 10 000 hodnotách 80 dní, jak je uvedeno v tabulce I. Práce na souřadnicovém mikroskopu, používaném v ČSSR, je sice v mezích požadované přesnosti, ale je časově náročnější než ruční vyhodnocení. Vzhledem k tomu, že zahraniční přístroje pro vyhodnocování filmů [10] jsou většinou nedostupné, bylo rozhodnuto zkonstruovat a vyrobit přístroj ve VÚZS.

3. VYHODNOCOVACÍ PŘÍSTROJ NA 16mm FILM

Přístroje pro vyhodnocování filmů lze rozdělit do tří skupin podle množství filmů, které uživatel přístroje zpracovává:

1. Zpracování několika stovek metrů filmu ročně.

Převážně se používá pouhé promítání na čtecím přístroji, obrázek po obrázku a přímé kreslení grafu dráhy sledovaného bodu. Dále je možno jednotlivá políčka filmu zvětšit na fotografie a vzdálenosti odměřovat. Oba způsoby jsou nepřesné, pracné a časově velmi náročné. Nevýhody souřadnicového mikroskopu jsou uvedeny v předešlé kapitole.

2. Zpracování více než tisíce metrů filmu ročně na jednom pracovišti (řešení problémů v jednom oboru, např. pro celý obor zemědělských strojů).

Do této skupiny patří přístroje, které umožňují získat z filmu dráhu sledovaného bodu ve formě souřadnic jeho jednotlivých poloh. Tyto přístroje jsou přesné, vyhodnocení není pracné a klesá i časová náročnost. Typické pro tuto skupinu jsou přístroje:

- a) Vanguard Motion Analyzer 16 M, USA,
- b) NAC Motion Analyzer 16 S, Japonsko.

3. Zpracování velkého množství filmů ve speciálních střediskách, která pracují zakázkově pro řadu pracovišť zabývajících se různou tematikou.

Zde se používá převážně poloautomatických přístrojů, jejichž výstup je napojen na

děrné štítky, děrnou pásku nebo elektrický psací stroj. Tyto přístroje vyrábí převážně firma Benson-Lehner, USA. Středisko tohoto zaměření v ČSSR neexistuje.

Přístroj konstruovaný a vyrobený ve VÚZS patří do druhé skupiny.

3.1 POŽADAVKY NA VYHODNOCOVACÍ PŘÍSTROJ

Požadavky na vyhodnocovací přístroj jsou dány jednak teoretickými vztahy vyhodnocení (1), (2), jednak těmito praktickými požadavky: rozšíření možností použití přístroje a usnadnění obsluhy.

Z teorie vyhodnocení vyplývají pro konstrukci vyhodnocovacího přístroje tyto požadavky:

1. Korekce úhlu α , který svírají osy souřadnicového systému (X, Y) a (x, y) (obr. 5).

2. Přímé odečítání souřadnic X_m, Y_m — vzorce (7) a (8).

Úplnou transformaci souřadnic podle vzorců (1), (2) rozdělíme na korekci úhlu α , čili natočení souřadnicového systému (X, Y) do polohy rovnoběžné s (x, y) a posunutí počátku (X, Y) do počátku (x, y) .

3. Nastavení měřítka odečítaných souřadnic.

Měřítka mezi skutečnými délkami a odečítanými souřadnicemi je dáno převodní konstantou k . Je vhodné zavést násobení touto konstantou přímo do výsledku vyhodnocení. Výstupní hodnoty vyhodnocení jsou pak ve tvaru $X_m \cdot k$; $Y_m \cdot k$.

4. Přesnost vyhodnocování u 16mm filmu pro šířku minimálně 0,485 %, pro výšku minimálně 0,666 % (bližší rozbor viz lit. [11]).

5. Možnost posunutí filmu po 1 až 25 obrázcích.

Frekvenci snímání volíme tak, aby s ohledem na rychlost sledovaného bodu byl obraz ostrý. Vzhledem k bezpečnosti konečného výsledku (rychlost sledovaného bodu nelze vždy přesně určit) volíme vyšší frekvenci než je vypočtená. Ve většině případů nevyhodnocujeme políčko po políčku filmu, ale odečítáme souřadnice bodu na každém n -tém políčku, podle toho, kolik fází pohybu potřebujeme.

Další požadavky plynoucí z rozšíření možností přístroje a usnadnění obsluhy:

6. Promítání běžnou frekvencí (16 nebo 24 obr./s).

7. Obousměrný chod filmu.

8. Počítadlo obrázků.

3.2 REALIZACE POŽADAVKŮ A KONSTRUKČNÍ PROVEDENÍ VYHODNOCOVACÍHO PŘÍSTROJE

Princip vyhodnocovacího přístroje spočívá v promítnutí políčka filmu na matnici, nastavení prvků přístroje na vyhodnocované promítané body a indikace měřených veličin.

Hlavním požadavkem řešení je úplná transformace souřadnic. Korekci úhlu α uskutečňujeme průběžně během vyhodnocování ručním natáčením promítací hlavy kolem osy promítání tak, že osy souřadnicového systému (X, Y) jsou stále rovnoběžné s osami systému (x, y) (obr. 5).

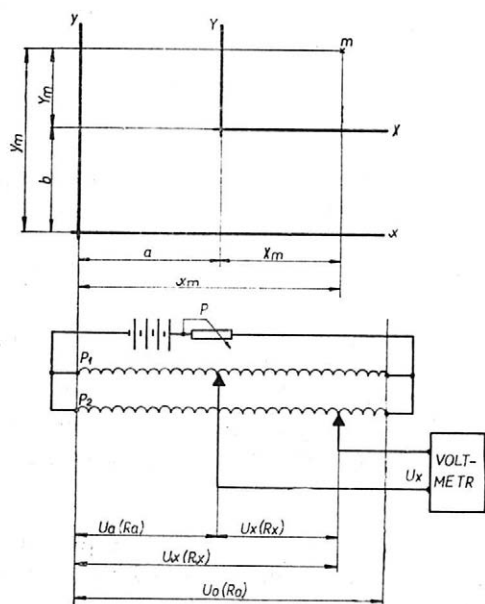
Z toho vyplývá: $\alpha = 0^\circ$

Ze vzorců (1) a (2) pro $\alpha = 0^\circ$ dostaneme úpravou

$$X_m = x_m - a \quad (7)$$

$$Y_m = y_m - b \quad (8)$$

čili posunujeme počátek (X, Y) do (x, y) .



6. Schematické znázornění elektrického zapojení pro odečítání napětí U_X v porovnání se souřadnicemi osových křížů a odpovídající souřadnicím X_m . Zapojení pro souřadnice Y_m není uvedeno, protože je analogické

Přístroj má dva osově kříže. Jedním osovým křížem sledujeme počátek souřadnic (X, Y obr. — 6) a druhým bod m . (Souřadnicový systém (x, y) je dán např. počátky odporů potenciometrů P_1, P_2 ; není to však nutné, jak plyne z další úvahy.) Pohyb osových křížů je převáděn na běžce potenciometrů P_1, P_2 , z nichž každý má jeden ovládací prvek na čelní desce přístroje. Tyto potenciometry jsou zapojeny paralelně a na jejich konce je přivedeno napětí U_0 . Napětí U_X mezi běžci potenciometrů měříme číslicovým voltmetrem.

Dokažme nyní, že napětí U_X je přímo úměrné souřadnici X_m (důkaz pro Y_m je analogický). Platí:

$$U_X = U_x - U_a$$

$$U_x = R_x \cdot \frac{U_0}{R_0}$$

$$U_a = R_a \cdot \frac{U_0}{R_0}$$

$$U_X = \frac{U_0}{R_0} \cdot (R - R) \quad |V| \quad (9)$$

kde: R_0 = celkový odpor potenciometru

Ostatní odpory R a napětí U jsou zřejmé ze schématu.

Jelikož U_0, R_0 jsou při odečítání konstanty a odpory R_x, R_a jsou přímo úměrné vzdálenosti osových křížů od počátku (x, y) , je rovnice (9) ekvivalentní rovnici (7). Převodní konstanta k je

$$k = \frac{U_0}{R_0}$$

Měřítka nastavujeme proměnným odporem P , kterým snižujeme nebo zvyšujeme napětí U_0 a tím i převodní konstantu k . Číselný údaj napětí U_X na voltmetru je pak totožný s odečítanou délkou ve skutečnosti.

Pro měření napětí U_X, U_Y bylo vhodně použito dvou číslicových voltmetrů s velkým vnitřním odporem. Ze schématu na obrázku 6 je patrné, že vzájemné postavení běžců potenciometrů P_1, P_2 určuje nejen velikost napětí U_X , ale i jeho polaritu. Protože používané voltmetry indikují i polaritu měřeného napětí, určíme vedle velikosti souřadnic X_m, Y_m v měřítku také znaménko vůči počátku (X, Y) .

Elektrické zapojení posunutí počátku souřadnic (x, y) do počátku (X, Y) a nastavení měřítka bylo přihlášeno k patentování.

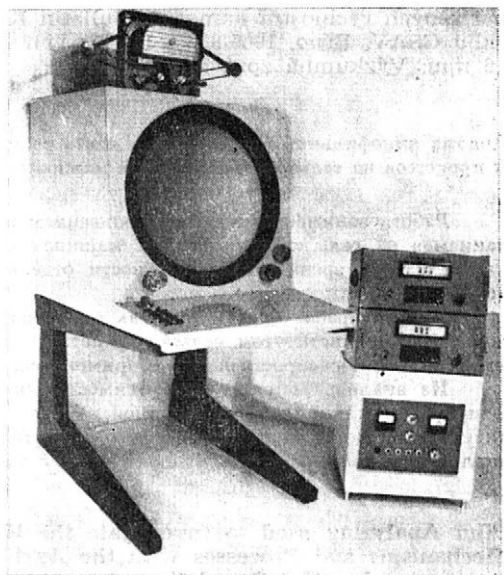
Srovnatelné přístroje americké a japonské výroby, které jsou uvedeny v úvodu třetí kapitoly, provádějí z výše uvedených úkonů pouze korekci úhlu α . Je u nich nutno zvlášť odměřit hodnoty x_m, a , uskutečnit početní úkon podle vzorce (7) a násobit převodní kon-

stantou k měřítka. Popis vyhodnocení na americkém přístroji Vanguard je uveden v literatuře [3].

Také další požadavky na vyhodnocovací přístroj, uvedené v kapitole 3.1, jsou v nové konstrukci splněny (podrobný popis uveden v literatuře [11]).

Vyhodnocovací přístroj (obr. 7) je konstrukčně proveden ze dvou částí. Základní částí je projekční skříň s promítací hlavou a matnicí, soustavou osových křížů a panelem. Na tomto panelu jsou umístěny ovládací prvky, které se během vyhodnocování často používají.

Zvláštní částí je zdrojová skříňka s panelem, číslicovými voltmetry a počítadlem obrázků. Na panelu zdrojové skříňky jsou umístěny ovládací prvky, které se používají jednorázově (hlavní vypínač, měření vstupního síťového napětí, nastavení měřítka atd.). Dále jsou ve skříňce umístěny zdroje stabilizovaného počítačového napětí, transformátory, usměrňovače atd.



7. Celkový pohled na vyhodnocovací přístroj na filmy z rychlostní kamery, zkonstruovaný a vyrobený ve VÚZS

4. ZÁVĚR

Práce se zabývá stručným popisem metody měření kinematiky procesů a mechanismů na zemědělských strojích rychlostní kamerou. Metoda je hodnocena z hlediska časové náročnosti jednotlivých prací a tím i praktické upotřebitelnosti celé metody.

Postup prací je popsán tak, jak byl prováděn a jak je navrhován ve Výzkumném ústavu zemědělských strojů v Chodově u Prahy, kde je tato metoda velmi rozšířena a používána.

Z rozboru vyplynula nutnost nové konstrukce a výroby vyhodnocovacího přístroje. Je podán stručný přehled rozdělení vyhodnocovacích přístrojů a řešení nového vyhodnocovacího přístroje. Pro tento přístroj je proveden rozbor požadavků, které urychlí proces vyhodnocení, a je popsána jejich realizace.

Došlo dne 30. 6. 1966

Literatura

1. Severy, D. - Barbour, P.: Analysis of High-Speed Camera Film. J. SMPTE, 1956. — 2. Hyzer, W. G.: Analysis of Oscillatory Motion Using High-Speed Photography. Product Engineering, 1956. — 3. Hyzer, W. G.: Measuring Motion with High-Speed Movies. Machine Design, 1959. — 4. Hyzer, W. G.: Some Practical Considerations in the Analysis of High-Speed Motion Picture Data. J. SMPTE, 1957. — 5. Kudrjašov, N. N.: Kinosjomka v naukě i technike. Izdatel'stvo Iskusstvo, 1960. — 6. Nivison, W. S.: Methods of Analyzing High-Speed Photographs. Journal of SMPTE, March 1949, Part II., str. 49-50. — 7. Topfer, F.: A Method of Analyzing High-Speed Films. Journal of SMPTE, May 1961, Vol. 70, str. 374-375. — 8. Mazurek, A.: Technická fyzika. SNTL 1960. — 9. Vlasov, A. K.: Učebnice vyšší matematiky - I, 1. část. SNTL Praha, 1957. — 10. Kalina, J.: Vyhodnocování filmů

pořízených rychlostní kamerou. Bulletin Komise pro vědeckovýzkumný film při presidiu ČSAV, Brno, 1965/8. — 11. Kalina, J.: Vyhodnocovací přístroj pro film šíře 16 mm. Výzkumná zpráva VÚZS, 1965.

Анализ кинофильмов как составная часть решения кинематики механизмов и процессов на сельскохозяйственных машинах с помощью скоростной камеры

Работа занимается коротким описанием метода измерения кинематики процессов и механизмов на сельскохозяйственных машинах с помощью скоростной камеры. Метод оценивается с точки зрения требовательности отдельных работ к времени, а тем самым и практической применимости всего метода.

Порядок работ описан так, как он проводился и как он был предложен Научно-исследовательским институтом сельскохозяйственных машин в Ходове у Праги, где этот метод имеет широкое распространение и применение.

Из анализа вытекает необходимость новой конструкции и производства прибора для дешифровки кинофильмов скоростной камеры. Приводится краткий обзор разделения аналитических приборов и решение нового аналитического прибора. Для этого прибора проведен анализ требований, которые ускорят процесс анализа, и описана их реализация.

Film Analyzing used to Investigate the Kinematics of the Mechanisms and Processes with the Agricultural Machines by means of a High-Speed Camera

The paper gives a brief description of the method investigating the kinematics of the processes and mechanisms with the agricultural machines by means of a high-speed camera. The method is evaluated from the viewpoint of time costs of the different operations and thus practical applicability of the whole method.

The procedure is described as designed and carried out at the Research Institute of Agricultural Machinery at Chodov near Prague, where the method has been in general use.

The study indicates the necessity of a new design and manufacture of a film analyzer. The paper contains a brief survey of the film analyzers and a suggestion for the design of a new type. The new device is to speed up the procedure of the analyzing and in this connection the paper contains an analysis of the requirements and their solutions.

Auswertung der Filme als Bestandteil der Lösung der Mechanismen- und Prozeßkinematik bei Landmaschinen mit der Geschwindigkeitskamera

Die Arbeit befaßt sich mit einer kurzen Beschreibung der Methode der Messung der Prozessen- und Mechanismenkinematik bei Landmaschinen mit der Geschwindigkeitskamera. Die Methode wird vom Gesichtspunkt der zeitgemäßen Ansprüche an die einzelnen Arbeiten und damit auch der praktischen Anwendbarkeit der ganzen Methode bewertet.

Der Vorgang dieser Arbeiten wird so beschrieben, wie er durchgeführt und wie er im Forschungsinstitut für Landmaschinen in Chodov bei Prag vorgeschlagen wurde, wo diese Methode sehr verbreitet und angewendet wird.

Aus der Analyse ging die Notwendigkeit einer neuen Konstruktion und Produktion des Gerätes, das ausgewertet wird, hervor. Es wird eine kurze Übersicht der Verteilung der Auswertungsgeräte und die Lösung eines neuen Auswertungsgerätes gegeben. Für dieses Gerät wird eine Analyse der Anforderungen, die den Auswertungsprozeß beschleunigen, durchgeführt und es wird ihre Realisierung beschrieben.

Adresa autora:

Ing. Jaroslav Kalina, Výzkumný ústav zemědělských strojů, Chodov u Prahy

OBSAH

Myslivec V.: Statistická teorie spolehlivosti a její použití v zemědělské technice	537
Grečenko A.: Využití poznatků mechaniky zemin ke studiu stlačování půdy traktorovými koly	551
Krupička B.: Lineární programování a samočinné počítače při rozhodování o využití strojního a traktorového parku	577
Kalina J.: Vyhodnocování filmů z rychlostní kamery použité k řešení kinematiky mechanismů a procesů na zemědělských strojích	603

СОДЕРЖАНИЕ

Мысливец В.: Статистическая теория надежности и ее применение в технике (549). — Греченко А.: Использование данных механики грунтов с целью изучения уплотнения почвы тракторными колесами (573). — Крупичка Б.: Линейное программирование и электронно-вычислительные машины при руководстве эксплуатацией машинно-тракторного парка (601). — Калина Я.: Анализ кинофильмов как составная часть решения кинематики механизмов и процессов на сельскохозяйственных машинах с помощью скоростной камеры (612).

CONTENT

Myslivec V.: Statistical Theory of Reliability and its Application in the Engineering Practice (550). — Grečenko A.: The Use of Soil Mechanics Principles in the Investigation of Soil Compaction by Tractor Wheels (574). — Krupička B.: Linear Programming and Automatic Computers in the Taking of Decisions regarding the Utilization of the Machine and Tractor Park (601). — Kalina J.: Film Analyzing used to Investigate the Kinematics of the Mechanisms and Processes with the Agricultural Machines by means of a High-Speed Camera (612).

INHALT

Myslivec V.: Statistische Theorie der Verlässlichkeit und ihre Anwendung in der Technik (550). — Grečenko A.: Ausnützung der Erkenntnisse der Bodenmechanik zum Studium der Bodenverdichtung mittels Schlepperräder (574). — Krupička B.: Die lineare Programmierung und automatische Rechenmaschinen bei der Entscheidung über die Ausnützung des Maschinen- und Schlepperparks (602). — Kalina J.: Auswertung der Filme als Bestandteil der Lösung der Mechanismen- und Prozeßkinematik bei Landmaschinen mit der Geschwindigkeitskamera (612).

TABLE DES MATIÈRES

Myslivec V.: Théorie statistique de la confiance et son utilisation dans la technique agricole (res. An, A1/550). — Grečenko A.: Utilisation des données de la mécanique des terres à l'étude de la compression des sols par les roues du tracteur (res. An, A1/574). — Krupička B.: Programmation linéaire et calculateurs dans la solution concernant l'utilisation du parc de machines et de tracteurs (res. An/601, A1 602). — Kalina J.: Evaluation des films de la caméra de vitesse, utilisés à la solution de la cinématique des mécanismes et des processus sur les machines agricoles (res. An, A1/612).

Ve Výzkumném ústavu zemědělských strojů v Chodově u Prahy je v souladu se Státní komisí pro techniku věnována mimořádná pozornost pracím zabývajícím se rozbořem hlavních výrobních technologií.

ZEMĚDĚLSKÁ TECHNIKA Č. 10/1966

otiskuje některé z těchto studijních rozborových prací:

F. Jan k o v s k ý: *Nový typ čistícího zařízení pro sklízeče cukrovky o různém záběru a pro dočišťovací nakládače*

Práce uvádí výsledky výzkumu nového principu čistícího zařízení na řepu, vhodného pro jedno- a víceřádkové sklízeče a pro dočišťovací nakládače. Nový systém čištění umožňuje stavbu sklízečů řepy o nízké váze a malých rozměrech, neboť jednotlivé dopravní cesty bulev jsou využívány k maximálnímu jejich čištění a odstraňování rostlinných zbytků. Čistící zařízení je sestaveno z prutového dopravniku, čistících válců a přitlačovacích desek.

V letošním roce 1966 bude vyroben konečný funkční model sklízeče, na němž budou ověřeny poznatky z minulých let, a který bude vybaven automatickým řízením.

J. Kalina: *Přístroje pro měření a registraci sil krouticích momentů a otáček na zemědělských strojích*

V oddělení měřicích přístrojů odboru základního výzkumu VÚZS bylo zkonstruováno a v mechanické dílně oddělení a dílnách ústavu vyrobeno měřicí zařízení pro měření tahových sil, krouticích momentů a otáček se současnou registrací.

Měřicí zařízení je určeno pro měření středních hodnot uvedených veličin a nahrazuje dosavadní mechanické a hydraulické přístroje. Je napájeno z traktorové baterie 12V, není citlivé na otřesy, má velmi jednoduchou obsluhu, údržbu a univerzální použití.

J. P o r e m b s k ý: *Vliv mechanizace na cenu mléka*

Je uveden rozbor současného stavu mechanizace farem s vazným ustájením dojníc a na základě jejich rozdělení podle charakteristických typů je u jednotlivých typů zjišťován vliv přímých nákladů na výrobu 1 l mléka. Je porovnávána spotřeba lidské práce v současných podmínkách u nás a ve státech s vyspělým zemědělstvím; porovnání je pro nás nepříznivé. K zlepšení situace jsou uvedeny návrhy VÚZS pro další směr ve výzkumu a vývoji mechanizace.

M. Pe š o u t: *Bezkontaktní zdroj pulsů pro řízení elektromagnetických pulsátorů*

V oddělení automatizace VÚZS byl zkonstruován a vyroben bezkontaktní tranzistorový zdroj pulsů, pro jehož výrobu bylo použito sériově vyráběných tranzistorových stavebnicových jednotek pro automatizaci pracovních pochodů systému Regimat. Vyrobeného zdroje pulsů lze s malou změnou používat pro řízení dojicích strojů jak pro dojnice, tak i pro ovce.

Na základě měření a výsledků zkoušek má uvedený zdroj pulsů velké předpoklady úspěšného uplatnění v praxi pro svou provozní spolehlivost, mechanickou a klimatickou odolnost a nenáročnou obsluhu.